

# COMPARAÇÃO DE FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES NA DETERMINAÇÃO DE VAZÃO MÍNIMA ANUAL E SAZONAL

Nícolas Reinaldo Finkler\*, Ludmilson Abritta Mendes<sup>†</sup>, Erwin Henrique Menezes Schneider<sup>†</sup>, Taison Anderson Bortolin\* e Vania Elisabete Schneider\*

## Resumo

Este trabalho buscou fornecer embasamento a estudos de disponibilidade hídrica para a bacia hidrográfica do Arroio Belo, localizado no município de Caxias do Sul/RS. Para tanto, objetivou-se analisar a aplicação das funções de distribuição de probabilidade teórica Weibull, Normal, Log-Normal, Gumbel (mínimos), Log-Pearson e Pearson a dados de vazões mínimas de sete dias consecutivos. A análise teve dois enfoques: aplicação em dados anuais e, em seguida em dados mensais, considerando a sazonalidade. Para verificar a aderência das probabilidades estimadas às frequências observadas, aplicaram-se três testes: Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling e Qui-Quadrado. Os resultados obtidos comprovam que a distribuição Log-Pearson III demonstra maior precisão na representação dos dados anuais da série histórica e alcança o melhor ajuste do valor da vazão mínima. Por outro lado, a análise em dados mensais, indicou a utilização da distribuição Pearson III, a qual apresentou maior adequabilidade aos dados de vazão mínima.

## Palavras-chave

Gerenciamento de recursos hídricos; vazão mínima de referência; função de distribuição de probabilidades.

# COMPARISON OF PROBABILITY DISTRIBUTION FUNCTION IN DETERMINING MINIMUM ANNUAL AND MONTHLY STREAMFLOW

## Abstract

In this study it was aimed to provide the foundation studies of water availability in the Arroio Belo basin, in Caxias do Sul/RS. Therefore, this study aimed to analyze the application of Weibull, Normal, LogNormal, Gumbel (minimum), LogPearson and Pearson theoretical probability functions to data of minimum streamflows for seven consecutive days of the basin. The analysis had two approaches: application in annual data, and then on monthly data, considering seasonality. To verify the adherence to the estimated probabilities of observed frequencies, we applied three tests: Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling and Chi-Squared. The results show that the Log-Pearson III distribution shows greater accuracy in representing the annual data of the series and reach the best fit of the minimum streamflow. The monthly data analysis indicated the use of the distribution Pearson III, which showed higher suitability to the minimum streamflow data.

## Keywords

Water resources management, minimum reference streamflow, probability distribution functions.

## I. INTRODUÇÃO

A Lei Federal nº 9433, que institui a Política Nacional de Recursos Hídricos [1], define em seu artigo 5 a outorga como instrumento da gestão de recursos hídricos no País. Este instrumento se configura como uma concessão administrativa de alocação das águas para diversos usos em uma mesma bacia hidrográfica. Possui como objetivo “assegurar o controle quantitativo e qualitativo dos usos da água e o efetivo exercício dos direitos de acesso à água” – art. nº 11. Dessa forma, pode subsidiar o Poder Público no controle do equilíbrio entre a disponibilidade e demandas futuras em quantidade e qualidade, além da identificação de conflitos potenciais.

O critério para alocação de recursos com fins de outorga

mais utilizado do País baseia-se na definição de vazões mínimas de referência e no estabelecimento de limites percentuais de utilização dessas vazões por usos da água, comumente chamado de “critérios de outorga” ou “vazão máxima outorgável” [2], [3]. De acordo com [4], as vazões mínimas de referência caracterizam as disponibilidades hídricas dos corpos de água e são geralmente definidas por vazões que apresentam percentis elevados em uma série de vazões com frequência acumulada ( $Q_{p\%}$ ) ou por vazões mínimas associadas a probabilidades de ocorrência, como a  $Q_{7,10}$ .

No entanto as vazões de referência são determinadas pela análise dos períodos críticos de estiagem e mantidas fixas ao longo do ano. [5] cita duas limitações deste critério de

\*ISAM-Universidade de Caxias do Sul

<sup>†</sup>Universidade Federal de Sergipe (UFS)

nicolas.finkler@gmail.com, ludmilsonmendes@yahoo.com.br, erwinhenrique@gmail.com, tabortol@ucs.br, veschnei@ucs.br

Data de envio: 23/06/2015

Data de aceite: 19/08/2015

<http://dx.doi.org/10.18226/23185279.v3iss2p42>

outorga, pois além de ser direcionado a condições de estagem, também é considerado como limitante à expansão dos sistemas de uso das águas. Observa-se, com efeito, que a vazão do rio é superior à vazão de referência para outorga na maior parte do ano.

Assim sendo, estudos que consideram a sazonalidade das vazões para o estabelecimento do critério de outorga podem amparar de maneira significativa as agências de gestão da água, tendo em vista que é necessário utilizar a água, considerando, também, os impactos econômicos e sociais associados, além dos ambientais [6].

A aleatoriedade e imprevisibilidade dos processos hidrológicos dificulta a previsão das vazões de referência, no entanto, através de tratamentos estatísticos, dentro de uma determinada margem de erro, pode-se estabelecer o modelo que melhor representa a variável em estudo. Os dados hidrológicos devem ser reunidos em uma amostra e posteriormente submetidos à análise estatística, visando à definição de probabilidades. Essa análise deve estar ajustada da melhor maneira possível à amostra, a fim de que se possam criar modelos teóricos de probabilidades [7].

Diversos estudos constituem exemplos de aplicação e análise de modelos de distribuições de probabilidade na estimativa de vazões mínimas em bacias hidrográficas. Segundo [8], a possibilidade de utilização de uma distribuição teórica reside no ajuste às distribuições reais, verificada pela aplicação de testes de aderência. Esses testes possibilitam averiguar se os valores estimados podem ser considerados representativos de determinada população amostral.

[9], analisando vazões mínimas anuais em 30 postos fluviométricos da província de New Brunswick, Canadá, empregaram três distribuições de probabilidades. Pelo teste de aderência de Anderson-Darling, observaram que a distribuição de Weibull III obteve melhor ajuste aos dados em posterior regionalização. [10], em 23 postos fluviométricos de Massachusetts, encontram melhor ajuste à  $Q_{7,10}$  aplicando a distribuição Log-Normal II. [11] analisaram, com os testes de aderência do Qui-Quadrado e de Kolmogorov-Smirnov, a aplicação de modelos de probabilidade às séries históricas de vazões mínimas diárias anuais e mínimas anuais das médias de 7 dias consecutivos para 7 estações fluviométricas na região do Alto Rio Grande/MG. As vazões mínimas – diária, anual e média mínima de 7 dias – foram melhor representadas pelo modelo de probabilidades Log-Normal III.

Ainda outros estudos como os de [12]-[16] revelam a importância desse tipo de análise em trabalhos de regionalização de vazões.

Este trabalho objetiva analisar e comparar as distribuições de probabilidades teóricas, ajustadas a uma série histórica de vazões médias mínimas sazonais e anuais de sete dias consecutivos para a bacia do Arroio Belo, localizada em Caxias do Sul/RS. Para verificar a aderência das probabilidades estimadas às frequências observadas, aplicaram-se os testes de Kolmogorov-Smirnov, do Qui-Quadrado e de Anderson-Darling.

## II. MATERIAL E MÉTODOS

### Área de estudo

A Bacia Hidrográfica do Arroio Belo, sub-bacia do Rio Caí, fica localizada na porção nordeste do Estado do Rio Grande

do Sul, dentro dos limites do município de Caxias do Sul, conforme apresentado na Figura 1.

A realidade atual do arroio assemelha-se ao de muitas bacias urbanas de países em desenvolvimento, marcadas por influência antrópica constante, fato que confere alterações significativas na qualidade da água. Nas partes altas, o arroio recebe a descarga de efluentes domésticos e industriais, além de ter seus limites ripários cercados por habitações.

A área de drenagem total e o perímetro da bacia equivalem a 75,10 km<sup>2</sup> e 63,05 km, respectivamente. As nascentes do Arroio Belo localizam-se na porção norte da bacia, que constitui sua porção mais urbanizada. Estão inseridos na área urbana de Caxias do Sul 29,14% da área da bacia (22,24 km<sup>2</sup>). Na Tabela 1, apresenta-se a estimativa diária da demanda de recursos hídricos por tipo de uso consuntivo na bacia, a partir dos valores dispostos no Plano de Bacia Hidrográfica do Rio Caí [17].

Tabela 1: Demanda diária por tipo de uso consuntivo na bacia do Arroio Belo (valores em m<sup>3</sup>/dia).

| Indústria | Agricultura | Pecuária | Abastecimento |       | Total   |
|-----------|-------------|----------|---------------|-------|---------|
|           |             |          | Urbano        | Rural |         |
| 0,00      | 181,44      | 86,4     | 0,00          | 0,00  | 267,84  |
| 0,00%     | 67,74%      | 32,26%   | 0,00%         | 0,00% | 100,00% |

Fonte: a partir de [17].

Nota-se que a bacia do Arroio Belo apresenta uso da água pouco expressivo (267,84 m<sup>3</sup>/dia). A maior parte da demanda refere-se à agricultura (64,74%) e à dessedentação animal (32,26%). No entanto, devido ao significativo despejo de efluentes domésticos e industriais sem o devido tratamento, a diluição de efluentes líquidos representa um uso da água bastante relevante. Assim, a avaliação das vazões mínimas na bacia mostrou-se necessária para avaliar a capacidade do arroio assimilar efluentes.

### Análise preliminar dos dados de vazão

A escolha das estações fluviométricas inseridas no estudo iniciou-se pela busca de postos pertencentes à rede hidrometeorológica da Agência Nacional de Águas (ANA) e que se encontraram próximos à área de estudo ou com características geológicas semelhantes. Desta forma, procedeu-se a uma triagem preliminar, considerando estações fluviométricas com, pelo menos, cinco anos de dados completos, bem como a existência de curvas de descarga e vazões diárias geradas para esses postos [18]. No total, 17 estações (Tabela 2) foram selecionadas, cujos dados foram importados na base de dados Hidroweb, disponibilizado no site da ANA.

Para a seleção do período-base de análise, os dados destas estações foram previamente analisados, observando a disponibilidade e consistência das séries. Foi escolhido o período que apresentou o menor número de falhas, de 1971 a 2003, compreendendo 32 anos. Ainda, efetuou-se um descarte de meses que apresentavam falhas superiores a 50%.

A partir da série de vazões diárias de cada mês, considerando o enfoque anual ou sazonal nas análises, efetuou-se o cálculo da média móvel de sete dias consecutivos ( $Q_7$ ) para cada ano ou cada mês. Com os menores valores obtidos das médias móveis para sete dias consecutivos,

formou-se uma série com a qual foram efetuadas as análises estatísticas e ajustadas as funções de probabilidade.

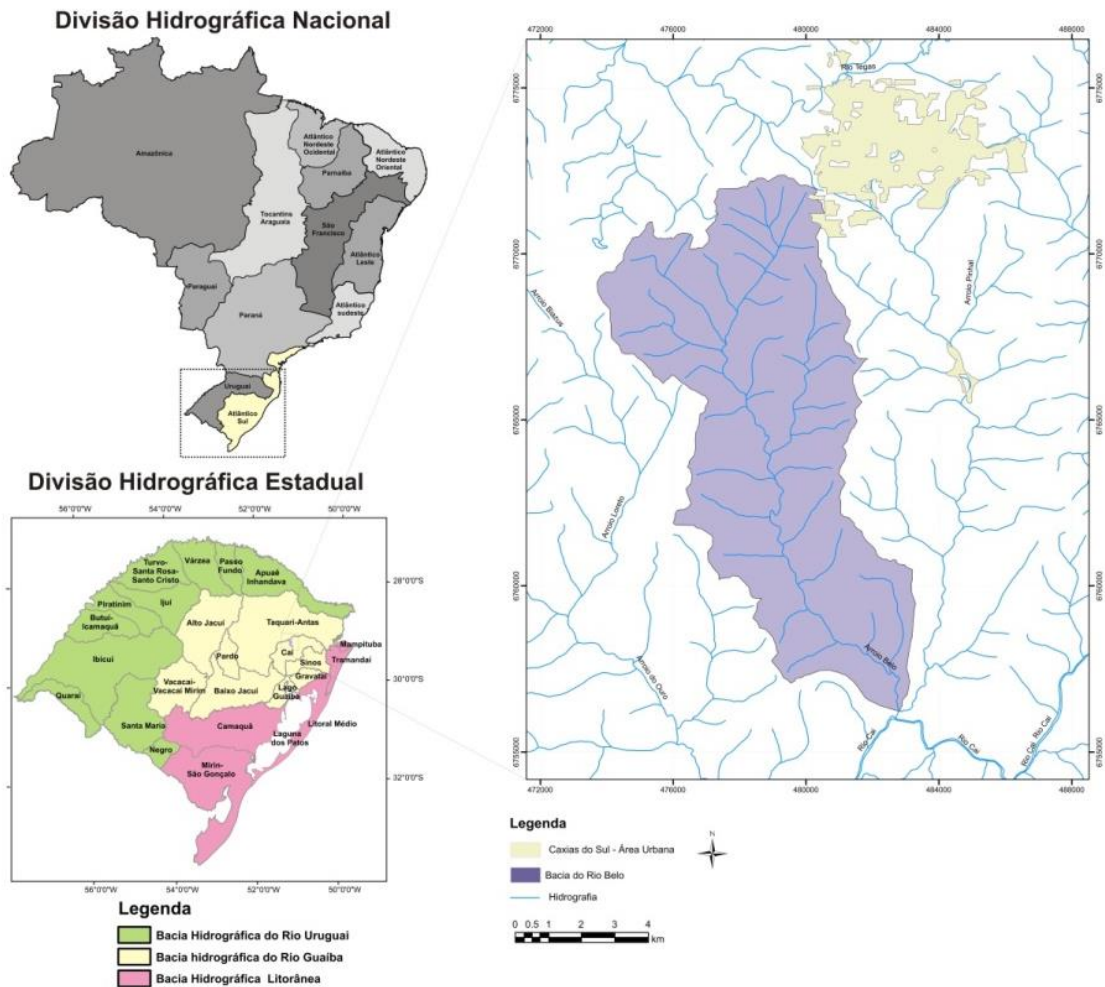


Fig. 1: Localização da bacia hidrográfica do Arroio Belo, Caxias do Sul - RS.  
 Fonte: Elaborada pelos autores (2015).

Tabela 2: Características das estações selecionadas para o estudo de regionalização.

| Código   | Nome da estação fluviométrica | Área de drenagem (km <sup>2</sup> ) | Curso hídrico  | Latitude  | Longitude |
|----------|-------------------------------|-------------------------------------|----------------|-----------|-----------|
| 86100000 | Passo do Gabriel              | 1820                                | Rio das Antas  | -28:48:20 | -50:29:42 |
| 86160000 | Passo Tainhas                 | 1120                                | Rio Tainhas    | -28:52:05 | -50:27:22 |
| 86340000 | Ponte Santa Rita              | 317                                 | Rio Santa Rita | -28:17:00 | -51:17:00 |
| 86410000 | Passo Barra do Guaiaveira     | 2820                                | Rio Turvo      | -28:44:21 | -51:25:30 |
| 86420000 | Ponte do Prata                | 317                                 | Rio Prata      | -28:40:39 | -51:36:29 |
| 86440000 | Passo do Prata                | 3600                                | Rio Prata      | -28:52:03 | -51:26:44 |
| 86480000 | Passo Migliavaca              | 1330                                | Rio Carreiro   | -28:37:08 | -51:51:21 |
| 86500000 | Passo Carreiro                | 1820                                | Rio Carreiro   | -28:50:56 | -51:49:57 |
| 86560000 | Linha Colombo                 | 2030                                | Rio Guaporé    | -28:54:44 | -51:57:11 |
| 86580000 | Santa Lúcia                   | 2470                                | Rio Guaporé    | -29:07:11 | -51:54:43 |
| 86700000 | Ponte Jacaré                  | 436                                 | Arroio Jacaré  | -29:11:19 | -51:55:19 |
| 86745000 | Ponte Coimbra                 | 791                                 | Rio Forqueta   | -29:12:58 | -52:09:44 |
| 87170000 | Barca do Caí                  | 3030                                | Rio Caí        | -29:35:19 | -51:22:56 |
| 87250000 | Costa do Rio Cadeia           | 870                                 | Rio Cadeia     | -29:36:26 | -51:21:04 |
| 87270000 | Passo Montenegro              | 4360                                | Rio Caí        | -29:42:02 | -51:26:26 |
| 87374000 | Taquara – Montante            | 1460                                | Rio dos Sinos  | -29:43:15 | -50:44:06 |
| 87380000 | Campo Bom                     | 2900                                | Rio dos Sinos  | -29:41:31 | -51:02:42 |

### Distribuições de probabilidades

Nesse estudo, visando estimar as vazões mínimas, empregaram-se as distribuições de probabilidade Normal, Log-Normal, Weibull, Pearson, Log Perason e Gumbel

(mínimos), as mais comumente utilizadas em análises de vazões mínimas.

A distribuição de probabilidade contínua mais utilizada é a *distribuição Normal* [8], também conhecida como distribuição Gaussiana, em referência ao emprego pioneiro dessa distribuição no tratamento dos erros aleatórios de

medidas experimentais, atribuído ao matemático alemão Karl Fredrich Gauss (1777-1855). Sua importância reside no fato de que a distribuição Normal está na origem de toda a formulação teórica acerca da construção de intervalos de confiança, testes estatísticos de hipóteses, bem como da teoria de regressão e correlação [19].

A distribuição Normal utilizada no estudo é um modelo a dois parâmetros, cuja função densidade de probabilidade é dada pela Equação 1.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \text{ para } -\infty < x < \infty \quad (1)$$

onde  $\mu$  é a média e  $\sigma$ , o desvio padrão da variável aleatória  $x$ .

Pode-se dizer que uma amostra obedece a uma *distribuição Log-Normal* se os logaritmos de seus valores obedecem a uma distribuição Normal. Conforme [21], essa distribuição tem sido amplamente utilizada em hidrologia, principalmente na estimativa de valores de cheias anuais. No entanto, alguns autores utilizaram a distribuição Log-Normal na modelagem de valores mínimos [10], [11], [20].

A função densidade de probabilidade de dois parâmetros é representada pela Equação 2.

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\ln(x)-\mu}{2\sigma}\right) \text{ para } x > 0 \quad (2)$$

onde  $\mu$  é a média dos logaritmos da variável  $x$ , e  $\sigma$ , o desvio padrão dos logaritmos da variável aleatória  $x$ .

A *distribuição de Weibull* recebeu tal denominação por ter sido usada pela primeira vez pelo engenheiro sueco Waloddi Weibull (1887-1979) na análise de resistência à fadiga de certos materiais. Considerando que, em um cenário extremo, as vazões que escoam por uma seção fluvial são forçosamente limitadas inferiormente pelo valor zero, a distribuição de Weibull torna-se uma candidata apropriada à modelagem de eventos hidrológicos mínimos anuais [19], [21].

Se o limite inferior da variável aleatória  $x$  é positivo e diferente de zero, a distribuição torna-se a três parâmetros com a inclusão da variável  $\xi$ . Sua função de densidade de probabilidade pode ser representada pela Equação 3.

$$f(x) = \alpha \left(\frac{x-\xi}{\beta-\xi}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\xi}{\beta-\xi}\right)^\alpha\right] \text{ para } x > \xi; \beta \geq 0 \text{ e } \alpha > 0 \quad (3)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são, respectivamente, parâmetros de escala e forma, e  $\xi$ , o parâmetro de locação.

O estatístico inglês Karl Pearson (1857-1936) propôs um sistema de distribuições de probabilidade no qual certos valores dos coeficientes de uma função densidade podem definir outras grandes famílias de distribuições, as quais incluem a Normal, a Gama e a Beta. Essas famílias são comumente referidas como Pearson Tipo I, Tipo II, e assim até a Pearson Tipo VIII. De todo esse sistema de funções, as distribuições pertencentes à família Gama, ou distribuições Pearson Tipo III, estão entre aquelas que encontraram mais aplicações na análise de frequência de variáveis hidrológicas [19]. As distribuições desse tipo, empregadas nesse estudo,

foram as distribuições Pearson Tipo III e Log-Pearson Tipo III.

A função densidade de probabilidade que representa uma *distribuição Pearson Tipo III* é dada pela Equação 4.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha\Gamma(\beta)} \left(\frac{x-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\frac{x-\gamma}{\alpha}\right) \quad (4)$$

onde  $\alpha$  é o parâmetro e escala;  $\beta$ , parâmetro de forma e  $\gamma$ , parâmetro de posição.

Por sua vez, a função densidade da distribuição *Log-Pearson Tipo III* possui uma grande variedade de formas. No entanto a função densidade de probabilidade mais utilizada na análise de eventos hidrológicos é apresentada na Equação 5.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha x \Gamma(\beta)} \left[\frac{\ln(x) - \gamma}{\alpha}\right]^{\beta-1} \exp\left[-\frac{\ln(x) - \gamma}{\alpha}\right] \text{ para } \beta > 1 \text{ e } \frac{1}{\alpha} > 0 \quad (5)$$

onde  $\alpha$  é o parâmetro e escala;  $\beta$ , parâmetro de forma e  $\gamma$ , parâmetro de posição.

É importante notar que o Conselho de Recursos Hídricos dos Estados Unidos (U.S. Water Resources Council), em 1981, recomendou o emprego da distribuição pelas agências federais do país em estudos e projetos que envolvessem a análise de frequência de vazões.

A *distribuição de Gumbel (mínimos)* é uma distribuição extremal bastante utilizada na análise de eventos hidrológicos mínimos anuais [19], cuja função densidade de probabilidade é representada pela Equação 6.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[\frac{x-\beta}{\alpha} - \exp\left(\frac{x-\beta}{\alpha}\right)\right] \text{ para } x > 0 \quad (6)$$

onde  $\alpha$  representa o parâmetro de escala e  $\beta$ , o parâmetro de posição; de fato,  $\beta$  é a moda da variável  $x$ .

### Estimativa de parâmetros

No item anterior foram estabelecidas as bases do cálculo de probabilidade para as variáveis aleatórias. Uma vez conhecido o modelo distributivo e determinados os valores numéricos dos parâmetros que o definem, é possível calcular as probabilidades associadas.

No entanto, conforme [19], o modelo distributivo e os verdadeiros valores numéricos de seus parâmetros seriam conhecidos apenas se toda a população tivesse sido amostrada, o que, no caso de eventos hidrológicos, seria impossível, fazendo-se necessário estimar tais valores através de modelos de estimação. Em suma, os métodos de obtenção de parâmetros dos modelos de probabilidade realizam a associação entre o conjunto de observações reais e a construção abstrata de um modelo probabilístico estabelecido para a variável aleatória.

Nesse estudo, foi empregado, na estimativa dos parâmetros das distribuições de probabilidade, o método da máxima verossimilhança (MV), com precisão de 0,0001 e número máximo de repetições 100. Na construção de intervalos de confiança a partir dos estimadores de MV, observa-se uma significativa precisão em estimativas de vazões, em relação a

outros métodos como, por exemplo, aos gerados com base no teorema central do limite, cuja construção é bastante trabalhosa e menos confiável para distribuições assintóticas [9], [15], [22], [23].

**Testes de aderência**

Em estudos hidrológicos, geralmente são utilizados testes de hipóteses para verificar a aderência de determinada distribuição de probabilidade à série original de dados de vazões. Os principais testes de aderência, empregados na hidrologia estatística, são o do Qui-Quadrado, o de Kolmogorov-Smirnov, o de Anderson-Darling e o de Filliben [19], sendo que os três primeiros foram empregados nesse estudo, tanto na amostra anual, quanto na amostra sazonal.

O teste do Qui-Quadrado ( $X^2$ ) foi desenvolvido por Karl Pearson e tem uma estatística baseada no somatório do quadrado dos desvios das frequências, favorecendo o aspecto cumulativo dos erros (Equação 7).

$$X^2 = \sum_{i=1}^k \left( \frac{(Fo_i - Fe_i)^2}{Fe_i} \right) \tag{7}$$

onde  $k$  é o número de classes,  $Fo_i$  a frequência observada e  $Fe_i$  a frequência esperada. Os valores críticos de  $X^2$  para alguns níveis de significância são descritos por tabelas próprias.

O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) é um teste não paramétrico, cuja estatística de teste tem como base a diferença máxima entre as funções de probabilidades acumuladas – empírica e teórica – de variáveis aleatórias contínuas. Sua estatística é descrita na Equação 8.

$$D_{obs} = \text{Max}|F(x) - S(x)| \tag{8}$$

onde  $F(x)$  e  $S(x)$  são as funções teórica (ou de referência) e observada, respectivamente.

Dessa forma, comparou-se o maior valor  $D_{obs}$  com o  $D_{tab}$ , o qual representa o desvio máximo tabelado.

A eficácia dos testes de aderência do  $X^2$  e KS em diferenciar hipóteses falsas e verdadeiras é bastante reduzida nas caudas inferior e superior, tanto em função do reduzido número de observações amostrais, quanto em decorrência dos maiores erros de estimação nessas partições do espaço amostral [19].

O teste de Anderson-Darling (AD) apresenta-se como uma boa alternativa a estudos de vazões mínimas [9], [14], pois busca atribuir maior significância aos extremos das distribuições, nos quais as maiores (ou menores) observações podem alterar a qualidade do ajuste. O teste, tal como o de KS, baseia-se na diferença entre as funções de probabilidades

acumuladas empírica e teórica. Sua estatística  $A^2$  é descrita conforme a Equação 9.

$$A^2 = -N - \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)\{\ln F_x(x_{(i)}) + \ln[1 - F_x(x_{(N-i+1)})]\}}{N} \tag{9}$$

onde  $\{x(1), x(2), \dots, x(m), \dots, x(n)\}$  representam as observações ordenadas em modo crescente, e  $F_{N(x)}$  e  $F_{X(x)}$ , as distribuições empírica e teórica, respectivamente.

Empregaram-se os testes de aderência ao nível de 5% de significância e assumiu-se a hipótese nula ( $H_0$ ) como sendo a afirmação de que a distribuição obtida pela função densidade de probabilidade avaliada não é diferente da distribuição observada [19], [24]. Ainda, utilizou-se o programa computacional EasyFit 5.5 [25] para o auxílio nas análises estatísticas.

Nesse estudo, os resultados dos testes de aderência do  $X^2$  e de KS foram expressos a nível descritivo p-valor, ou seja, que a probabilidade de que a estatística do teste (como variável aleatória) tenha valor extremo em relação ao valor observado (estatística) quando  $H_0$  é verdadeira. Por sua vez, o teste de AD foi apresentado em função da estatística  $A^2$  e comparado o desvio máximo em relação ao valor crítico (tabelado) de cada distribuição de probabilidades.

**III. RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Os resultados obtidos nesse estudo estão apresentados de duas maneiras. Em um primeiro momento, apresentam-se os resultados dos testes de aderência de cada distribuição de probabilidade aplicados em cada estação, obtendo assim as estatísticas anuais por estação fluviométrica. Em seguida, as séries estão agrupadas de forma mensal, sendo os resultados dos testes de cada distribuição discriminados por mês.

No Quadro 1, apresentam-se a média dos resultados, o desvio padrão e o percentual (%) de inadequações, obtidos nos testes de aderência aplicados a cada distribuição de probabilidade, geradas com a série de dados anuais, ou seja, não considerando a sazonalidade. Os valores assinalados representam a distribuição que apresentou melhor ajuste em cada teste, através das médias dos p-valor ou dos desvios máximos.

Dentre os três testes de aderência utilizados na análise da série anual, observou-se uma maior restrição ao ajuste das distribuições nos testes de Anderson Darling e Qui-quadrado. O primeiro é interessante por analisar o comportamento dos ajustes atribuindo maior peso aos valores das caudas das distribuições, o que é relevante para dados com característica assintótica ou séries de pequena população amostral, tais como as séries de vazão mínima diária [19].

Quadro 1: Resumo dos resultados dos testes de aderência para a amostra anual.

| Distribuição    | KS; $\alpha=5\%$ (0,05) |              |             | X <sup>2</sup> ; $\alpha=5\%$ (0,05) |              |              | AD; $v_{crit} = 2,501$ |              |             |
|-----------------|-------------------------|--------------|-------------|--------------------------------------|--------------|--------------|------------------------|--------------|-------------|
|                 | $\mu$                   | $\sigma$     | %           | $\mu$                                | $\sigma$     | %            | $\mu$                  | $\sigma$     | %           |
| Weibull III     | 0,700                   | 0,203        | 17,65       | <b>0,714</b>                         | <b>0,288</b> | <b>23,53</b> | 0,921                  | 1,468        | 11,76       |
| Log-Normal II   | 0,598                   | 0,289        | 0,00        | 0,691                                | 0,243        | 5,88         | 0,537                  | 0,181        | 0,00        |
| Log-Pearson III | <b>0,724</b>            | <b>0,254</b> | <b>0,00</b> | 0,683                                | 0,285        | 5,88         | <b>0,376</b>           | <b>0,171</b> | <b>0,00</b> |
| Pearson III     | 0,698                   | 0,233        | 0,00        | 0,667                                | 0,296        | 5,88         | 0,415                  | 0,184        | 0,00        |
| Gumbel mín.     | 0,321                   | 0,309        | 17,65       | 0,279                                | 0,209        | 23,53        | 1,989                  | 1,019        | 29,41       |
| Normal II       | 0,588                   | 0,309        | 0,00        | 0,588                                | 0,283        | 12,50        | 0,620                  | 0,343        | 0,00        |

Os resultados obtidos com a utilização da série anual evidenciam um melhor ajuste dos dados à distribuição de Log-Person III. Tanto o teste de KS quanto o de AD indicaram a utilização dessa distribuição. Por outro lado, o teste de X<sup>2</sup> sugere que a distribuição que melhor se ajusta à série de dados é a distribuição de Weibull III. Nesta análise, notou-se, também, um grande número de inadequações na distribuição de Gumbel (mínimos), sendo esta a distribuição que apresentou as piores estatísticas em todos os testes.

É importante ressaltar a representatividade da não aplicabilidade do teste do X<sup>2</sup> em diversas estações nessa análise. Mesmo na distribuição em que houve melhor ajuste, a de Weibull III, o percentual de não aplicabilidade atingiu os

23,53%. Com base na literatura, pode-se afirmar que existe a evidência empírica de que, na maior parte das tabelas de desvio máximo, o uso do teste X<sup>2</sup> é ilegítimo se as estimativas das frequências esperadas não forem superiores a 0,5, fato este evidenciado nesse estudo. Assim sendo, a interpretação do teste do X<sup>2</sup> em estudos de vazões mínimas deve ter em conta algumas restrições que podem subestimar os resultados.

Nos Quadros 2, 3 e 4, apresentam-se a média dos resultados de cada teste de aderência e o percentual de inadequações (%), obtidos a partir da aplicação de cada distribuição de probabilidade às séries sazonais. Os valores assinalados representam a distribuição que apresentou melhor ajuste em cada teste.

Quadro 2 – Média dos p-valores; Teste Kolmogorov-Smirnov, α=5% (0,05).

| Distribuição    | jan          | fev          | mar          | abr          | mai          | jun          | jul          | ago          | set          | out          | nov          | dez          | %     |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| Weibull III     | 0,715        | 0,778        | 0,694        | 0,740        | 0,680        | 0,646        | 0,687        | 0,644        | 0,569        | 0,595        | 0,501        | 0,699        | 0,49  |
| Log-Normal II   | 0,765        | 0,784        | 0,731        | 0,782        | 0,830        | 0,597        | 0,732        | 0,712        | 0,759        | 0,719        | 0,656        | 0,684        | 0,49  |
| Log-Pearson III | <b>0,823</b> | <b>0,844</b> | <b>0,841</b> | <b>0,894</b> | <b>0,867</b> | <b>0,819</b> | 0,767        | <b>0,744</b> | 0,852        | 0,792        | 0,693        | 0,832        | 0,00  |
| Pearson III     | 0,778        | 0,813        | 0,822        | 0,858        | 0,831        | 0,777        | <b>0,892</b> | 0,702        | <b>0,860</b> | <b>0,836</b> | <b>0,763</b> | <b>0,874</b> | 0,49  |
| Gumbel mín.     | 0,145        | 0,110        | 0,155        | 0,168        | 0,047        | 0,240        | 0,090        | 0,195        | 0,086        | 0,079        | 0,078        | 0,138        | 44,61 |
| Normal II       | 0,428        | 0,342        | 0,398        | 0,465        | 0,189        | 0,575        | 0,293        | 0,445        | 0,222        | 0,171        | 0,182        | 0,392        | 10,29 |

Quadro 3 – Médias da estatística A<sup>2</sup>; Teste Anderson-Darling, α=5% (0,05) e V<sub>crítico</sub>=2,501.

| Distribuição    | jan          | fev          | mar          | abr          | mai          | jun          | jul          | ago          | set          | out          | nov          | dez          | %     |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| Weibull III     | 1,453        | 1,890        | 1,787        | 1,637        | 2,282        | 1,636        | 0,930        | 1,912        | 2,464        | 1,705        | 1,551        | 1,347        | 27,94 |
| Log-Normal II   | 0,413        | <b>0,383</b> | 0,460        | 0,406        | 0,354        | 0,724        | 0,547        | 0,468        | 0,440        | 0,442        | 0,525        | 0,532        | 0,00  |
| Log-Pearson III | 0,569        | 0,533        | <b>0,297</b> | <b>0,265</b> | <b>0,290</b> | <b>0,645</b> | 1,577        | <b>0,408</b> | 0,556        | 0,383        | 0,699        | 0,362        | 4,90  |
| Pearson III     | <b>0,358</b> | 0,467        | 0,339        | 0,320        | 0,315        | 0,653        | <b>0,294</b> | 0,466        | <b>0,323</b> | <b>0,359</b> | <b>0,439</b> | <b>0,296</b> | 0,98  |
| Gumbel mín.     | 3,017        | 3,702        | 3,239        | 2,631        | 4,873        | 2,861        | 4,172        | 2,970        | 4,543        | 5,152        | 4,636        | 3,458        | 68,63 |
| Normal II       | 1,030        | 1,483        | 1,058        | 0,881        | 1,930        | 1,025        | 1,573        | 1,008        | 2,046        | 1,944        | 1,747        | 1,180        | 11,27 |

Quadro 4 – Média dos p-valores; Teste Qui-Quadrado, α=5% (0,05).

| Distribuição    | jan          | fev          | mar          | abr          | mai          | jun          | jul          | ago          | set          | out          | nov          | dez          | %     |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| Weibull III     | 0,704        | <b>0,808</b> | 0,704        | <b>0,744</b> | 0,615        | 0,597        | 0,620        | 0,566        | 0,581        | 0,402        | 0,341        | 0,644        | 34,80 |
| Log-Normal II   | 0,678        | 0,704        | <b>0,777</b> | 0,721        | 0,825        | 0,634        | 0,622        | <b>0,604</b> | 0,623        | 0,634        | 0,534        | 0,681        | 13,73 |
| Log-Pearson III | <b>0,727</b> | 0,762        | 0,757        | 0,705        | 0,831        | <b>0,726</b> | 0,739        | 0,575        | 0,738        | 0,638        | 0,516        | 0,653        | 16,18 |
| Pearson III     | 0,685        | 0,748        | 0,661        | 0,639        | <b>0,833</b> | 0,700        | <b>0,812</b> | 0,527        | <b>0,773</b> | <b>0,691</b> | <b>0,557</b> | <b>0,796</b> | 11,76 |
| Gumbel mín.     | 0,141        | 0,149        | 0,179        | 0,195        | 0,096        | 0,264        | 0,168        | 0,123        | 0,064        | 0,019        | 0,021        | 0,150        | 46,08 |
| Normal II       | 0,451        | 0,288        | 0,379        | 0,414        | 0,217        | 0,474        | 0,277        | 0,381        | 0,177        | 0,084        | 0,096        | 0,222        | 31,37 |

Na análise dos resultados obtidos considerando a sazonalidade, constatou-se que dentre os três testes de aderência, o do X<sup>2</sup> foi o mais rigoroso, sendo que em 25,65% das análises as distribuições foram consideradas inadequadas. Ainda, mais uma vez, foi possível observar que os três testes indicaram uma completa restrição à distribuição Gumbel (mínimos) em todos os meses analisados. Dentre as seis distribuições, a Pearson III obteve maior número de adequações (585 no total) nos três testes e, portanto, pode melhor representar a séries de dados da bacia do Arroio Belo, significando melhores estimativas de eventos mínimos mensais.

Com relação às médias dos resultados dos testes de aderência à série mensal de vazões mínimas do Arroio Belo, foi possível identificar uma maior restrição no teste do X<sup>2</sup>, tendo em vista os p-valores obtidos, inferiores ao teste de KS. Assim como na análise anterior, pode-se considerar uma completa restrição aos dados a aplicação da série Gumbel

(mínimos), obtendo uma probabilidade média de ocorrência nessa distribuição de 12,77% através do teste de KS e 11,62% no do X<sup>2</sup>.

No teste de KS, a distribuição Log-Pearson III apresentou maior probabilidades de ocorrência em sete meses do ano. A distribuição Pearson III apresentou melhor probabilidade em cinco meses do ano hidrológico. No teste de AD, a distribuição Pearson III apresentou menor desvio máximo em relação aos valores críticos de cada distribuição em seis meses, e a distribuição Log-Pearson III, em cinco meses. O teste do X<sup>2</sup> apresentou uma maior heterogeneidade nos resultados das probabilidades de ocorrência, devido principalmente à maior rigorosidade em relação ao teste KS [26]. No entanto, a distribuição Pearson III apresentou resultados satisfatórios em seis meses.

Uma análise mais apurada em relação à adequabilidade de cada função em cada mês remete, exclusivamente, às características climáticas e fisiografias das bacias, nas quais se

\*ISAM-Universidade de Caxias do Sul  
 †Universidade Federal de Sergipe (UFS)

obtiveram os dados de vazões [12]. Nota-se que o regime pluviométrico da área de estudo apresenta uniformidade durante o ano, sem definição clara de período seco e úmido, assim como o apresentado em todo o Estado do Rio Grande do Sul.

#### IV. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos permitem algumas conclusões: No geral, cinco conclusões são facilmente visíveis a partir dos resultados desse estudo:

(1). As distribuições Log-Normal II, Log-Pearson III, Pearson III e Normal II, conforme os resultados demonstrados com a aplicação dos testes de KS e de AD, mostraram-se aplicáveis para a análise anual de vazões mínimas. No entanto, conforme as estatísticas desses testes, a distribuição Log-Pearson III é a que apresentou maior chance de não rejeição da hipótese nula  $H_0$ .

(2). Na análise de vazões mínimas considerando a sazonalidade, a distribuição de Pearson III mostrou-se a mais adequada. Sua não adequação nos testes de aderência de KS, do  $X^2$  e de AD apresentou percentuais, respectivamente, iguais a 0,49%, 11,76% e 0,98% nos meses avaliados.

(3). Há uma diferença relativa dos resultados da melhor distribuição de probabilidades levando ou não em consideração a sazonalidade. Nesse estudo, a distribuição Log-Pearson III, a qual possui uma assíntota horizontal em  $Q=0$ , mostrou-se a mais adequada para a análise anual. Por outro lado, a distribuição Pearson III, a qual possui assíntota horizontal em  $Q>0$ , foi a de melhor ajuste na análise sazonal. Neste caso, a utilização apenas da análise anual em estudos de vazão mínima, ou seja, o uso da distribuição Log-Pearson III pode indicar uma possível subestimação dos valores de vazão mínima, limitando o uso da água em certos períodos do ano. Assim sendo, a análise sazonal da distribuição de probabilidades pode embasar de maneira mais real os estudos de disponibilidade hídrica na bacia hidrográfica do Arroio Belo.

(4). Os três testes de aderência mostraram resultados satisfatórios e coerentes, os quais possibilitaram uma boa identificação da adequabilidade de todas as distribuições de probabilidades às séries de vazões. No entanto, é válido notar que o teste do  $X^2$  apresenta uma maior rigorosidade na interpretação de resultados, o que deve ser levado em consideração na escolha da função mais adequada à série de vazões mínimas.

(5). O método de estimativa de parâmetro de distribuições de probabilidade mostrou-se adequado, não apresentando valores negativos ou fora dos padrões esperados.

Esse estudo não é uma forma conclusiva de apresentar o método de distribuição de probabilidade de vazões mínimas mais adequado a pequenas bacias hidrográficas. De fato, a estimativa em pequenas bacias continua a ser um desafio, devido à elevada variabilidade existente na determinação de valores mínimos, ao número limitado de dados fluviométricos disponíveis, bem como, à dependência das vazões a inúmeros fatores como, por exemplo, presença de áreas alagadas, características geológicas, efeito da sazonalidade, entre outros.

#### V. BIBLIOGRAFIA

- [1] BRASIL. *Lei nº 9.433*, de 08 de janeiro de 1997. Institui a Política Nacional de Recursos Hídricos, cria o Sistema Nacional de Gerenciamento de Recursos Hídricos, regulamenta o inciso XIX do art. 21 da Constituição Federal, e altera o art. 1º da lei nº 8001, de 13 de março de 1990, que modificou a Lei nº 7990 de 28 de dezembro de 1989. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L9433.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9433.htm)>. Acesso em: 01 jun. 2015.
- [2] SILVA, L. M. C.; MONTEIRO, R. A. 2004. Outorga de direito de uso de recursos hídricos: uma das possíveis abordagens. In: MACHADO, C. J. S. (Org.). *Gestão de águas doces: usos múltiplos, políticas públicas e exercício da cidadania no Brasil*. Rio de Janeiro: Interciência. cap. 5, p. 135-178.
- [3] LOPES, A. V.; FREITAS, M. A. de S. A alocação de água como instrumento de gestão e recursos hídricos: experiências brasileiras. *Revista de Gestão da América Latina*, v. 4, n. 1, p. 5-28, 2007.
- [4] ANA. Agência Nacional de Águas (Brasil). *Diagnóstico da Outorga de Direito de Uso de Recursos Hídricos no Brasil*. Brasília: ANA, 2007. 165 p. Disponível em: <<http://www2.ana.gov.br/Paginas/servicos/planejamento/estudos/cadernoderecursos.aspx>>. Acesso em: 24 mai. 2015.
- [5] LANNA, A. E. 1997. *Gestão das Águas*. IPH: Porto Alegre, 225p.
- [6] PRUSKI, F. F.; BOF, L. H. N.; SILVA, L. M. C da; SILVA, J. M. A. da; REGO, F. S.; JUSTINO, F. B. Impact of the substitution of reference annual streamflow by monthly streamflow on the potential use of water resources. *Engenharia Agrícola*. Jaboticabal, v.34, n.3, p.496-509, 2014.
- [7] LANNA, A. E. 2004. Elementos de estatística e probabilidades. In: Tucci, C.E.M (org.). *Hidrologia: ciência e aplicação*. UFRGS, ABRH, Porto Alegre, Brasil. p. 79-176.
- [8] SILVINO, A. N.O.; SILVEIRA, A.; MUSIS, C. R.; WYREPKOWSKI, C. C.; CONCEIÇÃO, F. T. Determinação de vazões extremas para diversos períodos de retorno para o Rio Paraguai utilizando métodos estatísticos. *Geociências*, v.26, p. 369-378, 2007.
- [9] BENYAHYA, L.; CAISSIE, D.; ASHKAR, F.; EL-JABI, N.; SATISH, M. Comparison os the anual minimum flow and the déficit below threshold approaches: case study for the province of New Brunswick, Canada. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v. 36, n. 9, p. 1421-1434, 2009.
- [10] VOGEL, R. M.; KROLL, C. N. Low-flow frequency analysis using probability-plot correlation coefficients. *Journal of Water Resources Planning and Management*, v. 115, n. 3, p. 338-357, 1989.
- [11] SILVA, A. M. da; OLIVEIRA, P. M. de; MELLO, C. R. de; PIERANGELI, C. Vazões mínimas e de referência para outorga na região do Alto Rio Grande, Minas Gerais. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v. 10, n. 2, p. 374-380, 2006.
- [12] VOGEL, R. M.; WILSON, I. Probability distribution of anual maximum, mean, and minimum streamflows in the

- United States. Journal of Hydrologic Engineering, v. 1, n. 2, p. 69-76, 1996.
- [13] YÜRELI, K.; KURUNÇ, A.; GÜL, S. Frequency analysis of low-flow from Çekerek Stream Basin. Tarım Bilimleri Dergisi, v. 11, n. 1, p. 72-77, 2005.
- [14] LUIZ, S. F. Regionalização hidrológica de vazões mínimas por meio do Método dos Mínimos Quadrados Generalizados aplicada à bacia do Alto São Francisco. 2013. 134 p. Dissertação (Mestrado em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001.
- [15] BÜYÜKKARACIĞAN, N. Determining the Best Fitting Distributions for Minimum Flows of Stream in Gediz Basin. International Journal of Environmental, Ecological, Geological and Geophysical Engineering, v. 8, n. 6, p. 410-415, 2014.
- [16] MCLEAN, R. K.; WATT, E. Regional Low Flow Frequency Relations for Central Ontario. Canadian Water Resources Journal, v. 30, n. 3, p. 179-196, 2013.
- [17] PROFILL. Engenharia e Ambiente Ltda. Plano de Bacia do Rio Caí. Porto Alegre: 2007. Disponível em: <<http://comitecai.blogspot.com.br/>>. Acesso em: 17 mai. 2015.
- [18] TUCCI, C. E. M. 2002. Regionalização de vazões. 1ª. ed. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS. 256 p.
- [19] NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. 2007. Hidrologia Estatística. CPRM: Belo Horizonte, 552p.
- [20] SILVA, D. D. da; MARQUES, F. de A.; LEMOS, A. F. Avaliação de metodologias de regionalização de vazões mínimas de referência para bacia do Rio São Francisco. Revista Engenharia na Agricultura, v. 15, n. 5, p. 392-403, 2009.
- [21] CLARKE, R. T. Hidrologia Estatística. In: Hidrologia Ciência e Aplicação. Porto Alegre: Editora da UFRGS. 1993. p. 659-698.
- [22] MARTINS, E. S. P. R.; CLARKE, R. T. Likelihood-based confidence intervals for estimating floods with given return periods. Journal of Hydrology, Amsterdam, v.147, n.1, p.61-81, 1993.
- [23] MELLO, C. R. de; VIOLA, M. R.; BESKOW, S. Vazões máximas e mínimas para bacias hidrográficas da região do Alto Rio Grande, MG. Revista Ciência Agrotécnica, v. 34, n. 2, p. 494-502, 2010.
- [24] FERREIRA, D. F. 2005. Estatística básica. UFLA: Lavras, 654 p.
- [25] MATHWAVE. Mathwave EasyFit 5.5. User's Manual. 2010.
- [26] BLAIN, G. C; BRUNINI, O. Caracterização do regime de evapotranspiração real, em escala decenal, no Estado de São Paulo. Revista Brasileira de Meteorologia, v.22, n.1, 75-82, 2007.