

# Incorporação de Estocasticidade em Ferramenta Computacional para Dimensionamento de Reservatórios

José Eduardo Santos Araújo\*, José Ítalo Porto Siqueira\*, Alcigeimes B. Celeste\*

## Resumo

Esta pesquisa objetivou introduzir estocasticidade e refinar um modelo de otimização matemática para dimensionamento de reservatórios que incorpora índices de desempenho de modo que a capacidade útil de armazenamento seja determinada assumindo que falhas de atendimento possam ocorrer durante a operação do sistema. O modelo original faz parte do pacote *reservoir*, uma ferramenta para análise, dimensionamento e operação de reservatórios de abastecimento d'água, desenvolvida na linguagem de programação R. Obteve-se um refinamento do modelo por meio da introdução de um procedimento estocástico baseado em simulações Monte Carlo capaz de encontrar a capacidade mínima necessária perante confiabilidade mínima preestabelecida, diante de um risco (também prefixado) de que a capacidade encontrada não forneça a confiabilidade requerida. Em todos os testes conduzidos, foi constatado que a confiabilidade perante o risco foi maior que a confiabilidade inicial proposta, de forma que o risco real foi inferior ao risco fixado inicialmente, validando assim o procedimento estocástico de cálculo da capacidade.

## Palavras-chave

Reservatório; Dimensionamento; Estocasticidade; Confiabilidade; Risco.

# Incorporation of Stochasticity into a Computational Tool for Reservoir Design

## Abstract

This research aimed at introducing stochasticity and refining a mathematical optimization model for reservoir design that incorporates performance indices so that the active storage capacity is determined assuming that supply failures may occur during the operation of the system. The original model is part of the *reservoir* package, a tool for analysis, dimensioning and operation of water supply reservoirs, developed in the R programming language. A refinement of the model was obtained through the introduction of a stochastic procedure based on Monte Carlo simulations able to find the minimum required capacity under a pre-established minimum reliability, in the face of a risk (also preset) that the capacity found does not provide the assumed reliability. In all tests conducted, the reliability under the given risk was found to be greater than the initial proposed reliability, so that the real risk was lower than the risk initially set, thus validating the capacity calculation procedure.

## Keywords

Reservoir; Design; Stochasticity; Reliability; Risk.

## I. INTRODUÇÃO

Os reservatórios de águas superficiais, resultantes da construção de barragens, estão entre as ferramentas mais eficazes para eliminar, ou pelo menos atenuar, discrepâncias nas variações de tempo e espaço da distribuição e demandas de recursos hídricos [1]. O caráter de múltiplos usos da água pode gerar grandes conflitos entre os vários usuários, que só podem ser mitigados por meio de sistemas de reservatórios construídos para explorar e gerenciar de maneira sustentável os recursos disponíveis. Assim, o estabelecimento de métodos eficazes de definir a capacidade ótima de um reservatório é de grande

importância prática.

Os métodos tradicionais de dimensionamento de reservatórios se baseiam na análise da curva de massa ou na simulação da operação do sistema (*behavior analysis*) [2]. A curva de massa residual representa o diagrama de flutuações de armazenamento em um reservatório irrestrito sujeito a entradas (afluências) e saídas (demandas) [3]. O método de Rippl [4] analisa o diagrama de flutuações de forma regressiva desde o final da última estação seca até encontrar a maior acumulação que se torna a capacidade do reservatório. Uma maneira alternativa do método de Rippl é encontrar a partir da curva de massa residual a distância entre o pico e o vale durante o período de deplecionamento crítico. Esta abordagem é conhecida como análise dos picos sequenciais [2], [5], [6], [7].

Para a regularização firme, os métodos de simulação e os baseados na curva de massa atingem o mesmo resultado [8], [9], [3], [5], [6]. A vantagem do método de simulação através

\* Universidade Federal de Sergipe, Departamento de Engenharia Civil.

Data de envio: 31/03/2021

Data de aceite: 25/08/2021

<http://dx.doi.org/10.18226/23185279.v9iss2p36>

do balanço hídrico é a facilidade de investigar capacidades menores ao inserir em seus cálculos a possibilidade de falhas no atendimento à demanda. Para tal, define-se a confiabilidade  $R_T$  baseada no tempo (*time-based reliability*) da operação por

$$R_T = 1 - F = 1 - \frac{f}{N} \quad (1)$$

em que  $F$  é a frequência de falhas, isto é, o número de períodos de falhas  $f$  dividido pelo horizonte de planejamento  $N$  [2], [10], [8], [9]. É possível, então, calcular uma capacidade  $K_a$  (volume útil ou *active storage capacity*) condicionada a determinada confiabilidade atribuindo-se valores sucessivos de  $K_a$  e diminuindo a capacidade a cada iteração até convergir ao valor mínimo resultando na confiabilidade exigida.

Fundamentalmente, esses métodos utilizam uma série temporal de afluições (tipicamente, os registros históricos) para o cálculo do volume ideal que permita uma regularização firme igual a demanda em todos os intervalos de tempo (quando  $R_T = 100\%$ ) ou uma regularização com uma confiabilidade  $R_T < 100\%$  previamente assumida. No entanto, essa garantia só é válida para a série de afluições utilizada, uma vez que os métodos são determinísticos em sua forma original e, portanto, não incorporam incertezas. Uma forma de incorporá-las é através de cenários sintéticos de afluições possuindo características estatísticas semelhantes as da série histórica original. Os modelos de geração de vazões sintéticas dividem-se basicamente em dois tipos: simulação direta, onde a geração das vazões ocorre simultaneamente para diferentes intervalos de tempo, como no modelo de Thomas-Fiering [11], e os modelos de desagregação, nos quais as vazões são geradas para intervalos de tempo maiores e posteriormente são desfragmentadas em intervalos menores, como no Método dos Fragmentos [12]. Porém, deve-se tomar cuidado com a presença da persistência de longo prazo, característica que, uma vez encontrada, deve ser mantida nas séries sintéticas geradas, e muitos modelos originalmente não fazem essa consideração, como é o caso do frequentemente utilizado modelo de Thomas-Fiering. Uma vez geradas as séries sintéticas, pode-se calcular a capacidade de armazenamento para cada uma delas e definir o valor final a partir da análise da distribuição empírica de probabilidades da capacidade.

Turner e Galelli [13] desenvolveram um pacote na linguagem de programação R, chamado *reservoir* (<https://cran.r-project.org/package=reservoir>), que inclui ferramentas para dimensionamento de capacidade, otimização de políticas de alocação, e análise de desempenho, permitindo que o usuário avalie o desempenho dos sistemas em termos do cumprimento de metas de suprimento de água.

O objetivo principal deste trabalho foi refinar o modelo de otimização matemática para dimensionamento de reservatórios do pacote *reservoir* (que considera a confiabilidade  $R_T$ , mas de forma determinística) por meio da incorporação de estocasticidade a fim de lidar com as incertezas hidrológicas.

## II. MATERIAL E MÉTODOS

O pacote *reservoir* compreende seis funções para análise de reservatórios, que podem ser divididas em três categorias principais: dimensionamento de capacidade (duas funções), derivação de políticas de alocação (duas funções) e análise de

desempenho (duas funções). Uma sétima função estima o coeficiente de Hurst [14] de uma série temporal de escoamento, o qual infere sobre a persistência de longo prazo da série. Se os dados reais do reservatório estiverem disponíveis, eles poderão ser configurados como entradas para executar as funções de derivação de políticas e análise de desempenho. Além dos dados de reservatório e demanda, todas as funções requerem como entrada um único vetor ou série temporal de dados de escoamento, que supõe-se que representem a afluição natural ao reservatório.

O pacote oferece duas funções para dimensionamento de capacidade, denominadas *Rippl* e *storage*. A função *Rippl* retorna o armazenamento mínimo necessário para atender às demandas sem permitir déficit de suprimento quando alimentado pela série temporal de afluições informada. A capacidade resultante é conhecida como “armazenamento sem falhas”, e é encontrada computacionalmente usando o algoritmo dos picos sequenciais.

A função *storage* oferece uma abordagem diferenciada para o dimensionamento, baseando-o na regularização (*yield*) desejada e na confiabilidade admitida. A regularização é a demanda máxima que o sistema pode atender sem violar o critério de confiabilidade. A rotina utiliza a confiabilidade baseada no tempo,  $R_T$ .

Nesta pesquisa, a incorporação da estocasticidade na rotina *storage* foi realizada de acordo com as etapas enumeradas abaixo:

- 1) Gerar 100 cenários sintéticos de afluições (“calibração”);
- 2) Predefinir uma confiabilidade mínima assumida,  $R_T^{\min}$ ;
- 3) Para cada cenário, achar a capacidade de armazenamento necessária de forma que a confiabilidade seja pelo menos  $R_T^{\min}$ ;
- 4) Com os 100 valores de capacidades, construir a função de frequência da capacidade (histograma);
- 5) Fixar um risco (denominado de RISK) e definir a capacidade  $K_a^{\text{risk}}$  correspondente, de modo que  $\mathbb{P}(K_a > K_a^{\text{risk}}) = \text{RISK}$ , onde  $\mathbb{P}(\cdot)$  denota probabilidade (estimada pela frequência relativa);
- 6) Gerar 100 novos cenários sintéticos de afluições (“validação”);
- 7) Para cada cenário, operar o reservatório perante  $K_a^{\text{risk}}$  e achar a confiabilidade resultante;
- 8) Com os 100 valores de confiabilidade, construir a função de frequência da confiabilidade (histograma);
- 9) A partir do risco fixado na etapa 5, achar uma confiabilidade correspondente ( $R_T^{\text{risk}}$ ) de forma que  $\mathbb{P}(R_T \leq R_T^{\text{risk}}) = \text{RISK}$ . Se a confiabilidade mínima  $R_T^{\min}$  (admitida na etapa 2) for igual ou menor do que  $R_T^{\text{risk}}$ , o procedimento está correto, ou seja, a capacidade  $K_a^{\text{risk}}$  encontrada (etapa 5) está adequada, uma vez que, dentro do risco assumido, a confiabilidade  $R_T^{\text{risk}}$  ainda seria igual ou maior do que a mínima permitida ( $R_T^{\min}$ ). Dessa forma, a capacidade final para o reservatório será  $K_a^{\text{risk}}$ .
- 10) Alternativamente, a partir do histograma de confiabilidades, pode-se encontrar o “risco real” dado por  $\mathbb{P}(R_T \leq R_T^{\min})$ . Se esse valor for menor ou igual ao risco assumido inicialmente (RISK), a capacidade  $K_a^{\text{risk}}$  encontrada (etapa 5) é adequada, uma vez que o risco assumido não seria ultrapassado.

O procedimento acima, portanto, fixa uma confiabilidade mínima ( $R_T^{\min}$ ), encontra a capacidade ideal ( $K_a$ ) para cada um dos cenários de “calibração” e, a partir da análise da função de frequência da capacidade, obedecendo ao risco (RISK) previamente escolhido, determina a capacidade final mais adequada ( $K_a^{\text{risk}}$ ). O risco RISK pode ser entendido como a chance de não subdimensionar o reservatório. Utilizam-se cenários sintéticos em vez da série histórica de afluições, como em uma análise determinística. Adicionalmente, admitem-se falhas no atendimento das demandas, quando a regularização firme não é requerida, ao considerar confiabilidade inferior a 100%.

Para a utilização do pacote `reservoir` foi criada uma rotina auxiliar escrita na ferramenta de programação científica GNU Octave ([www.octave.org](http://www.octave.org)), por meio da qual o código em Octave comunica-se com o pacote `reservoir`, escrito em linguagem R, para obter os parâmetros resultantes do dimensionamento. Portanto, toda entrada e saída de dados foram codificadas em Octave, deixando o pacote R responsável apenas pelo dimensionamento propriamente dito (tarefa para a qual o pacote `reservoir` foi criado).

Os cenários de afluições mensais foram gerados com o auxílio do software Castalia [15]. O Castalia emprega um robusto sistema multivariado de três níveis para simulação estocástica de processos correlatos. Esse modelo preserva as características estatísticas essenciais dos dados históricos em três escalas (anual, mensal e diária), usando uma abordagem de desagregação. Além disso, reproduz as principais propriedades hidrometeorológicas e geofísicas, tais como a persistência de longo prazo (mantendo o coeficiente de Hurst), a periodicidade e a intermitência [16].

Assim como na entrada e saída de dados, a análise das séries de afluições sintéticas foi realizada no Octave. Para o cálculo das capacidades em cada cenário, era invocada a plataforma R, na qual o pacote `reservoir` calculava as capacidades utilizando-se da função `storage` que admite confiabilidades menores de 100%. Posteriormente (etapa 7 do procedimento acima), era feita a “validação” da capacidade através da operação do reservatório perante este valor de capacidade, utilizando-se de novos cenários de afluições (“validação”) e da política de operação padrão (SOP: *standard operation policy*), a qual opera seguindo duas condições: quando a disponibilidade é menor do que a demanda, libera-se toda a disponibilidade; quando a disponibilidade é igual ou maior que a demanda, libera-se a demanda e armazena-se o restante, até que ocorra o vertimento [16].

O estudo de caso analisado foi a sub-bacia hidrográfica do rio Poxim, localizada no lado leste do estado de Sergipe que engloba parte dos municípios de Itaporanga d’Ajuda, Areia Branca, Laranjeiras, Nossa Senhora do Socorro, São Cristóvão e Aracaju. Alimentada pelos rios Poxim-Açu, Poxim-Mirim e Pitanga, a sub-bacia abrange cerca de 397,95 km<sup>2</sup> dentro da bacia hidrográfica do rio Sergipe. O reservatório da barragem do rio Poxim foi utilizado como referência para o estudo de dimensionamento.

### III. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para este projeto foi planejado o cálculo das capacidades a partir do arranjo de três fatores, quais sejam: vazão a ser regularizada ( $Y$ : *yield*), confiabilidade mínima ( $R_T^{\min}$ ) e risco (RISK,

probabilidade de subdimensionar o reservatório de modo que o mesmo não obedeça à  $R_T^{\min}$ ). Para a vazão regularizada foram fixados quatro valores: 60%, 70%, 80%, e 90% da descarga média de longo período (MLP). Para a confiabilidade mínima admitiram-se os valores: 60%, 70%, 80%, e 90%. Já para o risco foram assumidos também quatro valores: 1%, 3%, 5%, e 10%. Desse modo, foram conduzidos 64 experimentos compreendendo todas as combinações possíveis dos fatores.

Como exemplo, para as entradas  $Y = 0,70 \cdot MLP$ ,  $R_T^{\min} = 80\%$  e  $RISK = 3\%$ , a capacidade encontrada foi de  $K_a^{\text{risk}} = 1,48 \cdot MLP$  (etapa 4 do procedimento estocástico). Para validar esse valor, é necessário encontrar a confiabilidade através da análise da função de frequência dessa variável perante o risco predeterminado (etapa 8 do procedimento estocástico). No caso em questão, a confiabilidade fornecida foi de  $R_T^{\text{risk}} = 80,33\%$ , i.e., maior do que a confiabilidade mínima de  $R_T^{\min} = 80\%$ . Além disso, o risco real foi de  $\mathbb{P}(R_T \leq R_T^{\min}) = 1,5\%$ , i.e., menor do que os 3% de risco assumidos. Isso significa que a capacidade  $K_a^{\text{risk}}$  encontrada é adequada. A Figura 1 mostra os gráficos correspondentes a função de frequência da capacidade (Fig. 1a; etapa 4 do procedimento) e a função de frequência da confiabilidade (Fig. 1b; etapa 8 do procedimento).

A partir dos resultados dos 64 experimentos, foram construídos 16 gráficos relacionando a capacidade encontrada  $K_a^{\text{risk}}$  com duas das três variáveis de entrada ( $Y$ ,  $R_T^{\min}$ , ou RISK), deixando-se uma delas fixa. Fixando-se umas das variáveis, é possível gerar quatro curvas em cada gráfico. As figuras 2–5 ilustram os vários gráficos e são explicadas a seguir:

- Fig. 2:  $K_a^{\text{risk}}$  vs. RISK para várias  $R_T^{\min}$  (fixando  $Y$ )  
Os quatro gráficos correspondem aos quatro valores de  $Y$  assumidos nos experimentos. Os gráficos indicam que a capacidade decresce com o aumento do risco assumido e, para um mesmo risco, a capacidade aumenta com o aumento da confiabilidade mínima requerida.
- Fig. 3:  $K_a^{\text{risk}}$  vs.  $R_T^{\min}$  para vários RISK (fixando  $Y$ )  
Os quatro gráficos correspondem aos quatro valores de  $Y$  assumidos nos experimentos. Os gráficos indicam que a capacidade aumenta com o aumento da confiabilidade mínima requerida e, para uma mesma confiabilidade, a capacidade aumenta com decréscimo do risco assumido.
- Fig. 4:  $K_a^{\text{risk}}$  vs.  $Y$  para várias  $R_T^{\min}$  (fixando RISK)  
Os quatro gráficos correspondem aos quatro valores de RISK assumidos nos experimentos. Os gráficos indicam que a capacidade aumenta com o aumento da demanda e, para uma mesma demanda, a capacidade aumenta com o aumento da confiabilidade mínima requerida.
- Fig. 5:  $K_a^{\text{risk}}$  vs. RISK para várias  $Y$  (fixando  $R_T^{\min}$ )  
Os quatro gráficos correspondem aos quatro valores de  $R_T^{\min}$  assumidos nos experimentos. Os gráficos indicam que a capacidade decresce com o aumento do risco assumido e, para um mesmo risco, a capacidade aumenta com o aumento da demanda.

### IV. CONCLUSÃO

Esta pesquisa propôs o refinamento do modelo de otimização matemática para dimensionamento de reservatórios do pacote `reservoir` através da incorporação de estocacidade. Desse modo, buscou-se a validação da capacidade estimada através do cálculo da confiabilidade perante um risco assumido

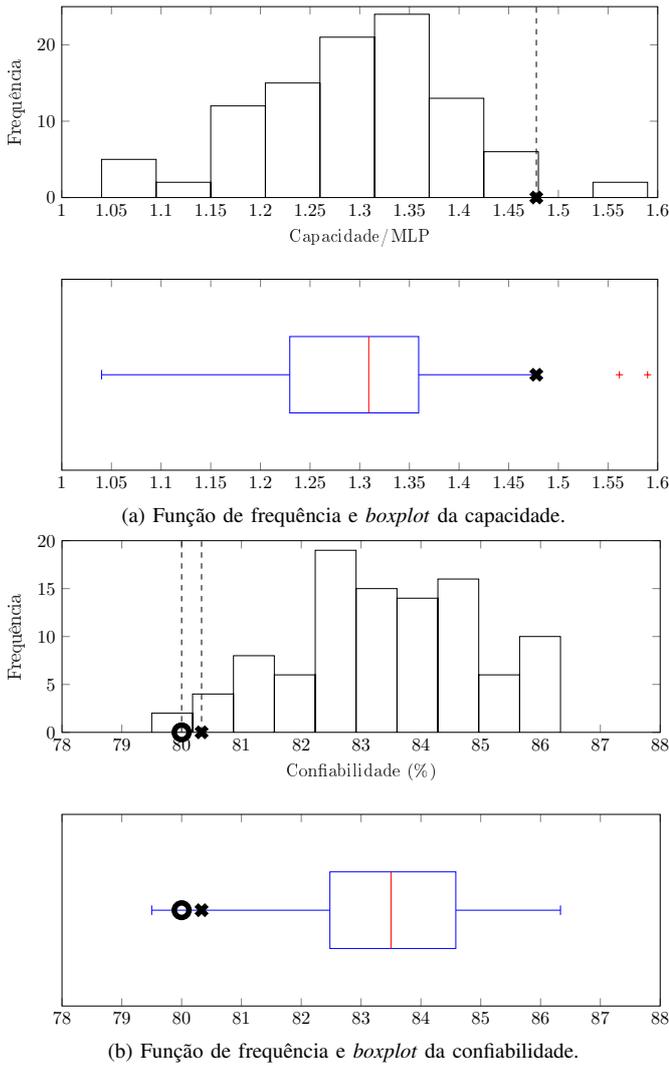


Fig. 1: Resultados para as entradas  $Y = 0,70 \cdot MLP$ ,  $R_T^{\min} = 80\%$  e  $RISK = 3\%$ . Funções de frequência da (a) capacidade, (b) confiabilidade, e correspondentes desenhos esquemáticos (*boxplots*). Na Fig. 1a, o marcador indica a capacidade  $K_a^{\text{risk}}$ . Na Fig. 1b, o marcador circular indica  $R_T^{\min}$  e o marcador em formato de cruz representa  $R_T^{\text{risk}}$ .

em uma análise de funções de frequência por meio de cenários de afluências (abordagem de Monte Carlo).

Em todos os testes foi constatado que a confiabilidade perante o risco era maior que a confiabilidade inicial proposta, de forma que o risco real era inferior ao risco fixado inicialmente e o procedimento de cálculo da capacidade era validado. Foram produzidos gráficos que relacionam cada uma das três variáveis (confiabilidade mínima requerida, risco assumido e regularização desejada) com a capacidade e a partir deles foram mostradas suas correlações.

Diante do exposto, obteve-se um refinamento do software em estudo e a obtenção de um modelo estocástico para dimensionamento de sistemas de armazenamento capaz de encontrar a capacidade mínima necessária perante confiabilidade mínima e risco de subdimensionamento preestabelecidos. Logo, no que compete ao dimensionamento de reservatórios, os resultados encontrados a partir das modificações feitas mostraram-se bastante positivos e promissores ao incorporar estocacidade

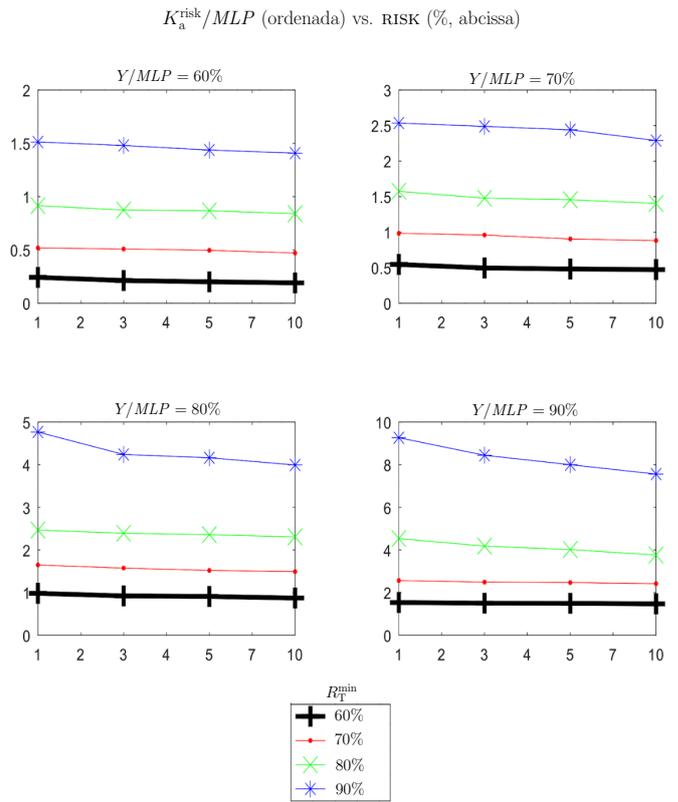


Fig. 2:  $K_a^{\text{risk}}$  vs.  $RISK$  para várias  $R_T^{\min}$ .

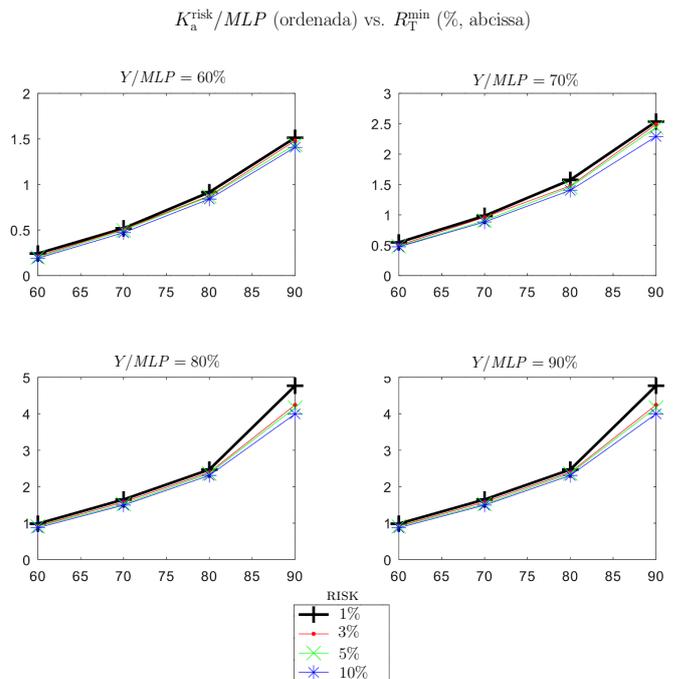


Fig. 3:  $K_a^{\text{risk}}$  vs.  $R_T^{\min}$  para vários  $RISK$ .

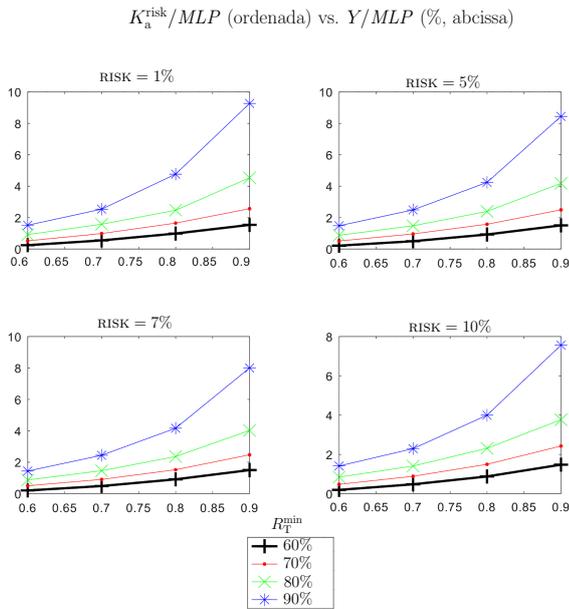


Fig. 4:  $K_a^{\text{risk}}$  vs.  $Y$  para várias  $R_T^{\text{min}}$ .

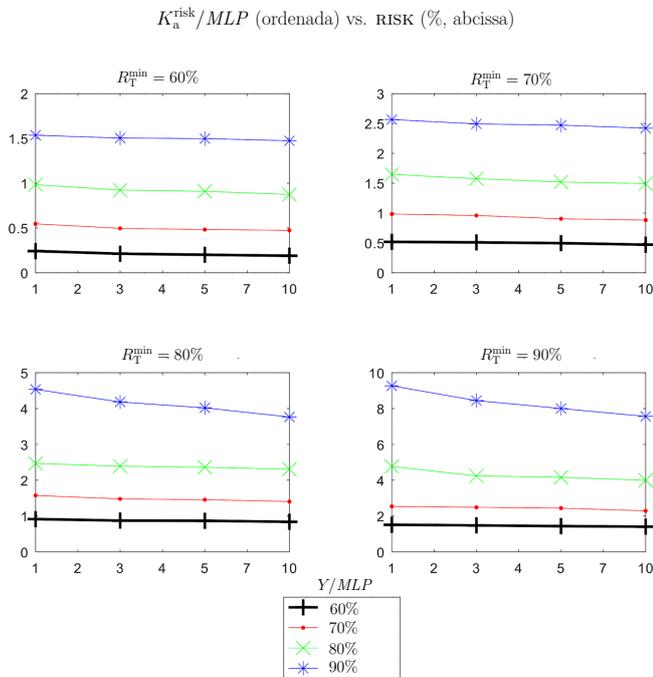


Fig. 5:  $K_a^{\text{risk}}$  vs. RISK para várias  $Y$ .

ao programa.

## V. BIBLIOGRAFIA

- [1] I. V. Nagy, K. Asante-Duah, and I. Zsuffa, *Hydrological dimensioning and operation of reservoirs: practical design concepts and principles*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2002.
- [2] T. A. McMahon and A. J. Adeloye, *Water resources yield*, Water Resources Publication, 2005.
- [3] V. Klemeš, “Applied stochastic theory of storage in evolution,” vol. 12 of *Advances in Hydrosience*, pp. 79–141. Elsevier, 1981.
- [4] W. Rippl, “The capacity of storage-reservoirs for water-supply,” *Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. 71, no. 1883, pp. 270–278, 1883.
- [5] V. Klemeš, “Storage mass-curve analysis in a systems-analytic perspective,” *Water Resources Research*, vol. 15, no. 2, pp. 359–370, 1979.
- [6] V. Klemeš, “One hundred years of applied storage reservoir theory,” *Water Resources Management*, vol. 1, no. 3, pp. 159–175, 1987.

- [7] H. A. Thomas, Jr. and R. P. Burden, “Operations research in water quality management,” Tech. Rep., Harvard Water Resources Group, Cambridge, 1963.
- [8] A. B. Celeste, “Reservoir design optimization incorporating performance indices,” *Water Resources Management*, vol. 29, no. 12, pp. 4305–4318, 2015.
- [9] A. B. Celeste, X. Cai, K. Ponnambalam, and Q. Zhao, “New considerations for a reservoir capacity optimizer that accounts for failure risks,” *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 146, no. 5, pp. 06020003, 2020.
- [10] T. Hashimoto, J. R. Stedinger, and D. P. Loucks, “Reliability, resiliency, and vulnerability criteria for water resource system performance evaluation,” *Water Resources Research*, vol. 18, no. 1, pp. 14–20, 1982.
- [11] H. A. Thomas and M. B. Fiering, “Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation,” in *Design of Water Resource Systems*, Maass et al., Ed., Cambridge, Massachusetts, 1962, pp. 459–493, Harvard Univ. Press.
- [12] G. G. Svanidze, *Mathematical Modeling of Hydrologic Series for Hydroelectric and Water Resources Computations*, Mathematical modeling of hydrologic series. Water Resources Publications, 1980.
- [13] S. W. D. Turner and S. Galelli, “Water supply sensitivity to climate change: An R package for implementing reservoir storage analysis in global and regional impact studies,” *Environmental Modelling & Software*, vol. 76, pp. 13–19, 2016.
- [14] H. E. Hurst, “Long-term storage capacity of reservoirs,” *T. Am. Soc. Civ. Eng.*, vol. 116, pp. 770–808, 1951.
- [15] A. Efstratiadis, Y. G. Dialynas, S. Kozanis, and D. Koutsoyiannis, “A multivariate stochastic model for the generation of synthetic time series at multiple time scales reproducing long-term persistence,” *Environmental Modelling & Software*, vol. 62, pp. 139–152, 2014.
- [16] R. F. Santana, “Avaliação de estratégias de otimização estocástica para operação de reservatórios de pequena, média e grande escalas,” M.S. thesis, Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências Ambientais. Universidade Federal de Sergipe, 2019.



**José Eduardo Santos Araújo** é graduando em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Sergipe. Este artigo é resultado de um projeto de pesquisa de graduação desenvolvido pelos dois primeiros autores sob orientação do terceiro autor.



**José Ítalo Porto Siqueira** é graduando em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Sergipe. Este artigo é resultado de um projeto de pesquisa de graduação desenvolvido pelos dois primeiros autores sob orientação do terceiro autor.



**Alcigeimes B. Celeste** é Professor Associado do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe. Possui mestrado e doutorado pela Ehime University (Japão) e pós-doutorado pelo Institute of Hydrology and Water Resources Management da Leibniz University of Hannover (Alemanha). Tem experiência na área de Engenharia Civil e Ambiental, com ênfase em Recursos Hídricos e Hidrologia, atuando principalmente nos seguintes temas: Hidroinformática, Dimensionamento e Operação de Reservatórios, Otimização Matemática Determinística e Estocástica, Hidrologia Estocástica e Modelagem Hidrológica.