

História da matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de frações

Elisa Ariotti*

Laurete Zanol Sauer

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Universidade de Caxias do Sul, Brasil

*Autor correspondente: elisa.ariotti@hotmail.com

Recebido: 19 de Outubro de 2023

Revisado: 11 de Dezembro de 2023

Aceito: 18 de Dezembro de 2023

Publicado: 9 de Janeiro de 2024

Resumo: O presente artigo apresenta a história da matemática como possível estratégia de ensino e aprendizagem, a qual é muitas vezes ignorada, talvez por esquecimento ou por dificuldade de utilização. Contudo, tal prática pode favorecer memórias de longa duração com relação aos conteúdos ministrados em aula, proporcionando uma aprendizagem duradoura, além de desenvolver o senso crítico e investigativo do aluno, o qual acaba sanando algumas dificuldades em conceitos de matemática, através do conhecimento da respectiva história. Assim sendo, planejou-se uma situação de aprendizagem, com a intenção de evidenciar a contribuição da história da matemática para um ensino mais dinâmico, trazendo histórias e curiosidades para alunos do ensino fundamental. É apresentada, de forma breve, sua importância no ensino da matemática, estimulando os alunos a buscarem novas informações e curiosidades sobre diversos conteúdos. Como principais resultados espera-se que essa estratégia de ensino e aprendizagem, contando com a participação ativa dos alunos, contribua para a aprendizagem de frações, evidenciando a contribuição da história da matemática.

Palavras-chave: História da matemática, ensino fundamental, frações.

History of mathematics as a strategy for teaching and learning of fractions

Abstract: This article presents the history of mathematics as a possible teaching and learning strategy, which is often ignored, perhaps due to forgetfulness or difficulty in using it. However, this practice can encourage long-lasting memories regarding the content taught in class, providing lasting learning, in addition to developing the student's critical and investigative sense, which ends up resolving some difficulties in mathematics concepts, through knowledge of the respective history. Therefore, a learning situation was planned, with the intention of highlighting the contribution of the history of mathematics to a more dynamic teaching, bringing stories and curiosities to elementary school students. Its importance in teaching mathematics is briefly presented, encouraging students to seek new information and curiosities about different contents. As main results, it is expected that this teaching and learning strategy, counting on the active participation of students, will contribute to the learning of fractions, highlighting the contribution of the history of mathematics.

Keywords: History of mathematics, middle school, fractions.

Introdução

A matemática que conhecemos e usamos no nosso dia a dia é usada desde os primórdios para contagem de modo geral e vem evoluindo com o tempo. Se pararmos para pensar não conseguiríamos viver sem os números, pois eles se encontram nas horas, no nosso salário, na compra e venda de produtos, na

nossa idade cronológica, entre tantas outras situações. Porém, todo esse conhecimento dos números e suas utilizações tiveram uma origem e foram se desenvolvendo ao longo da história e contexto aos quais os matemáticos foram submetidos.

Sabemos também que o ensino da matemática é um desafio constante para os professores dessa disciplina, pois os alunos acabam, em determinados momentos do aprendizado, se deparando com situações problema, as quais não conseguem abstrair suficientemente para que realmente ocorra o aprendizado. Contudo, uma estratégia que pode se tornar eficaz para um ensino de matemática mais envolvente, é utilizar a história da matemática como uma ferramenta educacional.

Conhecer a história dos números ou dos teoremas, além de conectar o passado com o presente, faz com que os alunos entendam o porquê de tais conceitos e como os antigos solucionavam seus problemas, visto que não receberam as “fórmulas” prontas como temos hoje. Afinal, eram pessoas como todas as outras, que possuíam certa curiosidade e interesse em solucionar problemas cotidianos.

Conforme Carvalho [1]:

A necessidade do ser humano de compreender os fenômenos que o cercam e ampliar, aprofundar e organizar, progressivamente, o seu conhecimento e sua capacidade de intervenção sobre esses fenômenos sempre impulsionou – e impulsiona – a construção do conhecimento matemático.

O mesmo autor também afirma que a criação dos números naturais, racionais e irracionais surge em contextos e ideias diferentes, onde os números naturais surgiram devido à necessidade de contar e os racionais à necessidade de medições. Portanto, é importante que o professor contextualize os problemas com situações do cotidiano dos alunos, e que estas façam sentido para eles, evitando contextualizações artificiais.

Para Carvalho [1] “As contextualizações mais frequentes são as que exploram as relações da matemática com as práticas sociais e econômicas.” Ainda, o mesmo autor afirma que é imprescindível que o professor não esqueça que a noção do tempo histórico é desenvolvida lentamente nas crianças. Então, ao utilizar a história da matemática nos anos iniciais, deve-se apresentar noções bem simples, sem localizar na linha do tempo os fatos históricos. Ainda, Carvalho [1] afirma que

Se as crianças pequenas têm dificuldades para construir linhas do tempo da vida de seus familiares, como pretender que elas percebam que certos episódios da história da matemática se deram há dois mil, mil ou quinhentos anos atrás?

Muitos livros didáticos, segundo Carvalho [1], apresentam um pouco da história de alguns conteúdos matemáticos, a fim de:

Exemplificar a evolução dessa ciência, ou como ela é construída historicamente;

Mostrar que diferentes grupos sociais desenvolveram conceitos e procedimentos matemáticos a fim de prover a suas necessidades;

Contextualizar os conceitos, ou procedimentos, inserindo-os nas circunstâncias que acompanharam sua criação e desenvolvimento;

Destacar a significação histórica e cultural da matemática e suas relações com outras áreas de atividade e do conhecimento.

Diante dessas considerações, tendo em vista a dificuldade encontrada no ensino e aprendizagem de matemática, o presente artigo apresenta a história da matemática como estratégia para o ensino dessa disciplina.

A história da matemática: contextualização de conceitos matemáticos

Algumas das finalidades da história da matemática segundo D’Ambrósio [2], são:

Para situar a matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;

Para mostrar que a matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade;

Para destacar que essa matemática teve sua origem nas culturas da Antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;

e desde então foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas e se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico.

A ideia principal de se trabalhar com a história da matemática é mostrar que os alunos podem obter uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos, entendendo como foram criados, por que e como se desenvolveram. Também mostra a criatividade dos matemáticos para solucionar seus problemas. A história da matemática tem o intuito de conectar os conceitos matemáticos com seu contexto histórico e cultural, desenvolvendo as ideias matemáticas ao longo do tempo.

É preciso ressaltar que não deve ser apenas uma coleção de histórias educativas, mas uma forma de enriquecer a compreensão dos alunos sobre os conceitos matemáticos, pois o objetivo do ensino de matemática não é transmitir fórmulas e técnicas, mas mostrar como os conceitos matemáticos foram criados e aplicados ao longo da história. Também é importante salientar que essa estratégia não deve substituir completamente qualquer abordagem de ensino da matemática, mas sim complementá-la.

A história poderia auxiliar os futuros professores a perceber que o movimento de abstração e generalização crescentes por que passam muitos conceitos e teorias em matemática não se deve, exclusivamente, a razões de ordem lógica, mas à interferência de outros discursos na constituição e no desenvolvimento do discurso matemático. [3]

Não há etapas pré-definidas para a aplicação da história da matemática no ensino. Conforme D’Ambrosio [2],

É importante dizer que não é necessário que o

professor seja um especialista para introduzir História da Matemática em seus cursos. Se em algum tema o professor tem uma informação ou sabe de uma curiosidade histórica, deve compartilhar com os alunos. Se sobre outro tema ele não tem o que falar, não importa. Não é necessário desenvolver um currículo, linear e organizado, de História da Matemática. Basta colocar aqui e ali algumas reflexões. Isto pode gerar muito interesse nas aulas de Matemática. E isso pode ser feito sem que o professor tenha se especializado em História da Matemática.

Então, o professor pode introduzir essa estratégia no momento em que achar mais adequado. Porém, para que se tenha uma eficácia na utilização da história da matemática, precisamos contextualizar os conceitos matemáticos. Não se deve simplesmente apresentar as fórmulas, teoremas e regras, e esperar que os alunos compreendam e aceitem sem questionar. Os professores precisam apresentar como esses conceitos foram desenvolvidos ao longo do tempo.

No processo de ensino, a história da matemática possibilita contextualizar os problemas, motivando os alunos através de desafios semelhantes aos que vivenciam. Também, desenvolve habilidades críticas de pensar sobre os problemas e considerar diferentes abordagens para sua resolução. Ainda é interdisciplinar, envolvendo todas as disciplinas, promovendo uma compreensão mais ampla do assunto abordado. Busca a compreensão de uma diversidade cultural e as contribuições de diferentes origens e períodos históricos.

Ao criar desafio/problemas matemáticos baseados em desafios históricos, os alunos poderão apresentar maior interesse tanto na resolução do desafio proposto, quanto nessa disciplina tão temida por muitos alunos. Por exemplo, quando falamos em frações, é possível destacar como surgiu esse conceito e qual o motivo que levou os antigos a criarem essa forma de numeração, qual é a necessidade e como isso ainda é relevante atualmente.

É possível também recriar métodos antigos de cálculo para a solução de problemas históricos, além de perceber que os matemáticos, que era pessoas como nós, enfrentaram desafios semelhantes aos nossos. Ainda:

A LDB deixa expressa a necessidade de se trabalhar com diferentes áreas de conhecimento que contemplem uma formação plena dos alunos, no que diz respeito aos conhecimentos clássicos e à realidade social e política, dando especial enfoque ao ensino da história do Brasil, sob a justificativa da necessidade de conhecer nossas matrizes 58 constituintes e sentir-se pertencente à nação. [4]

Há também, algumas condições para o seu uso no ensino, dentre as quais estão a contextualização histórica com os assuntos matemáticos, com histórias e exemplos relevantes, além de considerar o nível de conhecimento e interesse dos alunos na seleção das histórias e exemplos. Também, para Motta [5], a história da matemática permite ao professor, problematizar a ação pedagógica criando consciência das vivências e recursos cognitivos e interpretativos necessários para uma aprendizagem com maior significado.

Com efeito, a contextualização dos problemas pode motivar os alunos através de desafios semelhantes aos enfrentados no seu dia a dia. Com isso, é possível desenvolver habilidades críticas de pensar sobre os problemas e considerar diferentes

abordagens para sua resolução, por promover uma compreensão mais ampla, e interdisciplinar. Também, revela a diversidade cultural e as contribuições de diferentes origens e períodos históricos, recriando métodos antigos de cálculo ou de resolução de problemas históricos, tornando o aprendizado mais envolvente e tangível. Isso também faz com que o aluno perceba que os matemáticos muitas vezes enfrentaram desafios e confrontos semelhantes aos que eles enfrentam.

A história da matemática como estratégia de ensino e aprendizagem de frações

A seguir, é descrito o planejamento de uma estratégia didática envolvendo a história da matemática e o ensino e aprendizagem de frações.

A estratégia é proposta para ser realizada no componente curricular de matemática, com uma turma de sexto ano do ensino fundamental, num total estimado de 5 horas/aula.

Os objetivos da estratégia são: perceber o uso de frações no cotidiano e suas aplicações em situações reais; apresentar o conceito de fração, sua nomenclatura e seus termos, além de sua origem; associar a fração à ideia de representação de partes de um todo; desenvolver estratégias na resolução de problemas que envolvam o cálculo de fração de uma quantidade e utilizar a música como ferramenta didática para o ensino de frações.

A avaliação será qualitativa durante todo o processo de construção da aprendizagem de frações. Será analisada a construção do xilofone, bem como a participação dos alunos nas aulas, expondo suas dúvidas e procurando responder aos questionamentos feitos pela professora ao longo das atividades, além do desenvolvimento das atividades propostas.

As competências específicas da matemática a serem desenvolvidas com essa proposta são: **Competência específica de Matemática 2:** Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo; **Competência específica de Matemática 3:** Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções; **Competência específica de Matemática 7:** Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

As habilidades a serem trabalhadas com essa situação de aprendizagem são: **(EF06MA06)** Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. Reconhecer que os números racionais podem ser expressos na forma de fração e decimal, estabelecendo relações entre essas representações; **(EF06MA07)** Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes;

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora; **(EF06MA10)** Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária.

A estratégia didática está dividida em cinco momentos, sendo 1 hora/aula destinada a cada um. São eles:

1. Música e Matemática, com a leitura e discussão de um texto.
2. Construção de um xilofone
3. Atividades com o xilofone
4. Outras atividades relacionadas com frações
5. Formalização: apresentação dos conceitos envolvidos no estudo de frações.

1. Música e Matemática

Começa-se a situação de aprendizagem propondo alguns questionamentos aos alunos, como por exemplo: Você gosta de ouvir música? Sabe que ela tem uma relação com a Matemática e o conceito de Frações? Ficou curioso? Então vamos ler um pouco sobre a história da música.

Desde a antiguidade, os matemáticos utilizavam razões e médias na construção de escalas musicais e, atualmente, qualquer pessoa que estude teoria musical, verá que existem muitas relações entre Música e Matemática. Para iniciar, é solicitado aos alunos para acessarem o link <https://www.youtube.com/watch?v=tAc2KDNHEw4&ab_channel=BraydenOlson> e ouvir a música.

O nome dessa música é *Hurrian Hymn*. Ela tem cerca de 3,4 mil anos e é considerada a mais antiga música do mundo. A canção, dedicada à deusa Nikkal, foi descoberta por volta de 1950, durante escavações arqueológicas na região da antiga cidade de Ugarit, hoje parte da Síria. Mas se as civilizações antigas não conheciam o processo de gravação de músicas, como essa música chegou até os dias de hoje? Como ela foi encontrada?

Nas civilizações antigas, antes do surgimento da escrita, mensageiros eram encarregados de transmitir as notícias oralmente, viajando a pé, de barco ou a cavalo. Claramente, não demorou até que o homem percebesse a importância da comunicação escrita e podemos afirmar, sem sombra de dúvida, que o surgimento da escrita foi, e ainda é, um dos maiores pilares do progresso da humanidade. Com a durabilidade de sinais grafados foi possível atravessar a barreira do tempo e trazer para os dias de hoje o modo de vida daqueles que viveram em locais e tempos muito distantes. Mas essa escrita na qual podemos pensar não permitia preservar a música, que, também, por muito tempo foi transmitida oralmente de uma pessoa para outra até a invenção de uma “escrita musical”. E, diferentemente do que ocorreu com a “escrita das palavras”, que depende da língua na qual se escreve, atualmente a “escrita musical” é universal e, portanto, compreendida em qualquer língua. [6]

Particularmente, a música *Hurrian Hymn* não foi encontrada escrita na linguagem musical universal, pois a peça foi escrita em uma linguagem antiga e cunhada em placas de argila.

Depois de encontrado, o material foi estudado e, após 15 anos de pesquisa, a professora Anne Kilmer, da Universidade da Califórnia, fez a tradução moderna da

“escrita das palavras” e da “escrita da música” do que hoje é considerado o achado musical mais antigo conhecido no mundo. [6]

Na Fig. 1 está a “escrita” da música mencionada acima.



Figura 1. Música *Hurrian Hymn*. Fonte: [6]

E é na definição de uma importante ferramenta de comunicação entre músicos de todo o mundo que a matemática, especialmente as frações, se faz presente.

Pitágoras teria esticado uma corda que produzia um determinado som e, tomando esse som como fundamental, teria feito marcas na corda, dividindo-a em doze seções iguais. Esse artefato, que seria chamado de monocórdio (mono = um e córdio = corda), podia ser “tocado” com uma espécie de palheta ou vareta enquanto algum objeto, como uma pedra, era deslocado ao longo da corda para produzir sons [6]. A Fig. 2 exhibe a representação desse modelo.

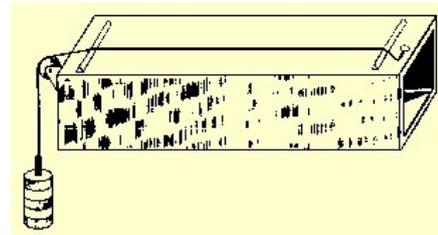


Figura 2. Representação do monocórdio. Fonte: [6].

A partir das divisões feitas na corda, ele observou que o som produzido pressionando metade da corda era o mesmo, porém mais agudo que o som produzido pela corda inteira. Analogamente, observou que os sons produzidos pressionando a corda na sexta e na nona marcas combinavam com o som da corda inteira. Ou seja, pressionando a corda na sexta marca (correspondente a $\frac{1}{2}$ do comprimento da corda), se produzia o que chamamos de oitava do som produzido pela corda solta (inteira) [6], como mostra a Fig. 3.

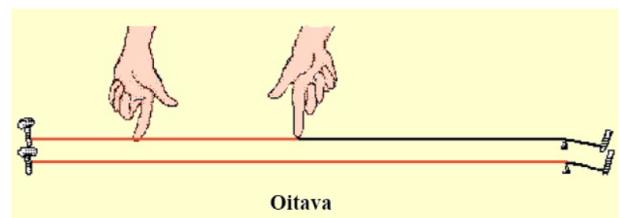


Figura 3. Oitava do som produzido pela corda solta. Fonte: [6]

Analogamente, pressionando a corda na nona marca (correspondente a $\frac{3}{4}$ do comprimento da corda), resultava o que chamamos de quarta do som produzido pela corda solta, e pressionando a corda na oitava marca (correspondente a $\frac{2}{3}$ do comprimento da corda), resultava o que chamamos de quinta do som produzido pela corda solta [6]. Na Fig. 4 pode-se verificar essas divisões.

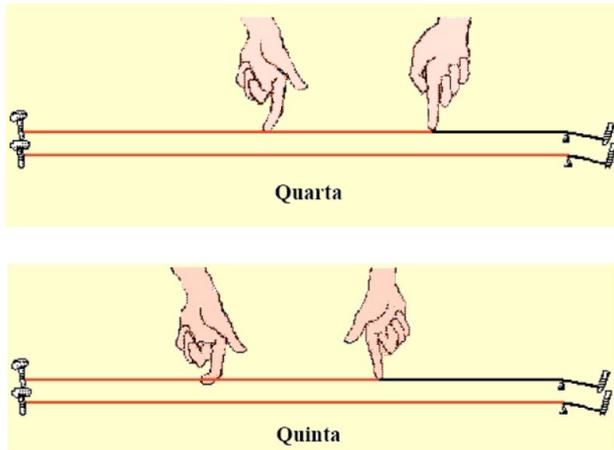


Figura 4. Quarta e quinta do som produzido pela corda solta. Fonte [6].

Portanto, as notas musicais que conhecemos hoje possuem uma nomenclatura e uma duração de tempo.

2. Construção do xilofone

Finalizando essa parte teórica, será feita uma atividade experimental, construindo uma escala musical com sete notas por meio do xilofone caseiro. O xilofone é um instrumento de percussão, feito com lâminas de madeira ou metal, dispostas em fileiras horizontais formando uma espécie de teclado que deve ser tocado com baquetas. As lâminas são de tamanhos diferentes e específicos para produzirem as notas da escala musical.

Os materiais necessários para a construção do xilofone caseiro são: sete copos de vidro com o mesmo tamanho, uma vasilha com água, uma colher de metal, corantes alimentícios de cores diferentes e um copo medidor (será a unidade de medida da água).

Primeiramente, será disposto os copos em fila, considerando o primeiro copo à direita como sendo o “1”, o próximo como sendo o “2”, e assim sucessivamente até o “7”. Em seguida, encher o copo 1 com uma medida de água, o copo 2 com duas medidas de água, o copo 3 com três medidas de água, e assim sucessivamente até o copo 7. Para melhor visualização, poderá colorir a água de cada copo com cores diferentes de corante. Com a colher de metal, dar suaves batidas na lateral do copo e escutar o som emitido por cada um.

3. Atividades com o xilofone

Após isso, o professor fará alguns questionamentos, como por exemplo: Qual a representação da fração do copo 3 em consideração com o copo 5? Quantas vezes o copo 2 “cabe” no copo 6? Quantas vezes o copo 1 “cabe” no copo 4? Qual a representação da fração do copo 5 em consideração com o

copo 7? Quantas vezes o copo 2 “cabe” no copo 7? Em todos esses questionamentos o professor poderá solicitar a representação em forma de desenho de cada copo.

Ainda, para desafiar os alunos, poderão ser apresentados alguns desafios de frações, como o golpe das frações e o problema dos 35 camelos, ambos descritos abaixo e com alguns questionamentos que poderão ser feitos aos estudantes.

4. Outras atividades relacionadas com frações

O golpe das frações: Pedro e Paulo viajavam e pararam por um momento na estrada para comer. Pedro tinha 5 maçãs e Paulo 4 maçãs. Antes que começassem a lanchar, apareceu outro viajante. O novo participante da reunião pediu-lhes comida e disse que pagaria por aquilo que tivesse comido. Assim, os três homens dividiram a comida igualmente entre si. Todas as maçãs foram consumidas e quando terminaram, o viajante satisfeito, deu-lhes nove moedas de igual valor. Paulo lembrou Pedro que tinha menos maçãs, deveria receber menos: disse que como só possuía 4 das 9 maçãs, receberia $\frac{4}{9}$ das moedas, ou seja, 4 moedas [8].

Questionamentos: Você considera uma conta justa? Como você acha que devem ser divididas as moedas? Resolva e escreva com suas palavras.

O próximo desafio é o problema dos 35 camelos de Malba Than [9], na qual 35 camelos deviam ser repartidos por 3 árabes e o personagem, Beremiz Samir, efetua uma divisão que parecia impossível, contentando plenamente os 3 querelantes.

A seguir é descrito o desafio,

“Poucas horas havia que viajavamos sem interrupção, quando nos ocorreu uma aventura digna de registro, na qual meu companheiro Beremiz, com grande talento, pôs em prática as suas habilidades de exímio algebrista.

Encontramos, perto de um antigo caravanchará meio abandonado, três homens que discutiam acaloradamente ao pé de um lote de camelos.

Por entre pragas e impropérios gritavam possessos, furiosos:

- Não pode ser!
- Isto é um roubo!
- Não aceito!

O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.

- Somos irmãos – esclareceu o mais velho – e recebemos, como herança, esses 35 camelos. Segundo a vontade expressa de meu pai, devo receber a metade, o meu irmão Hamed Namir uma terça parte e ao Harim, o mais moço, deve tocar apenas a nona parte. Não sabemos, porém, como dividir dessa forma 35 camelos e a cada partilha proposta segue-se a recusa os outros dois, pois a metade de 35 é 17 e meio. Como fazer a partilha se a terça parte e a nona parte de 35 também não são exatas?

- É muito simples – atalhou o Homem que Calculava. – Encarrego-me de fazer, com justiça, essa divisão, se permitirem que eu junte aos 35 camelos da herança este belo animal que, em boa hora, aqui nos trouxe!

Neste ponto, procurei intervir na questão:

- Não posso consentir em semelhante loucura! Como poderíamos concluir a viagem, se ficássemos sem o camelo?

- Não te preocupes com o resultado, ó Bagdali! – replicou-me em voz baixa Beremiz. – Sei muito bem o que estou fazendo. Cede-me o teu camelo e verás no fim a que conclusão quero chegar.

Tal foi o tom de segurança com que ele falou, que não tive dúvida em entregar-lhe o meu belo jamal, que, imediatamente, foi reunido aos 35 ali presentes, para serem repartidos pelos três herdeiros.

- Vou, meus amigos – disse ele, dirigindo-se aos três irmãos –, fazer a divisão justa e exata dos camelos que são agora, como veem, em número de 36.

E, voltando-se para o mais velho dos irmãos, assim falou:

- Deverias receber, meu amigo, a metade de 35, isto é, 17 e meio. Receberás a metade de 36 e, portanto, 18. Nada tens a reclamar, pois é claro que saíste lucrando com esta divisão!

E, dirigindo-se ao segundo herdeiro, continuou:

- E tu, Hamed Namir, deverias receber um terço de 35, isto é, 11 e pouco. Vais receber um terço de 36, isto é, 12. Não poderás protestar, pois tu também saíste com visível lucro na transação.

E disse, por fim, ao mais moço:

- E tu, jovem Harim Namir, segundo a vontade de teu pai, deverias receber uma nona parte de 35, isto é, 3 e tanto. Vais receber uma nona parte de 36, isto é, 4. O teu lucro foi igualmente notável. Só tens a agradecer-me pelo resultado!

E concluiu com maior segurança e serenidade:

- Pela vantajosa divisão feita entre os irmãos Namir – partilha em que todos três saíram lucrando – couberam 18 camelos ao primeiro, 12 ao segundo e 4 ao terceiro, o que dá um resultado (18+12+4) de 34 camelos. Dos 36 camelos, sobram, portanto, dois. Um pertence, como sabem, ao Bagdali, meu amigo e companheiro, outro toca por direito a mim, por ter resolvido, a contento de todos, o complicado problema da herança!

- Sois inteligente, ó Estrangeiro! – exclamou o mais velho dos três irmãos. – Aceitamos a vossa partilha na certeza de que foi feita com justiça e equidade!

E o astucioso Beremiz – o Homem que Calculava – tomou logo posse de um dos mais belos “jamales” do grupo e disse-me, entregando-me pela rédea o animal que me pertencia:

- Poderás agora, meu amigo, continuar a viagem no teu camelo manso e seguro! Tenho outro, especialmente para mim!

E continuamos nossa jornada para Bagdá!”

Questionamentos: Você considera justa essa divisão de camelos? Você dividiria da mesma forma? Que outra forma pode ser dividida essa herança? Com base nesse texto, crie uma situação que envolva outra quantidade de camelos.

5. Formalização: apresentação dos conceitos envolvidos no estudo de frações

As unidades de medição de tempo da música são chamadas de *Semibreves*. A partir dessa unidade, podem ser escritos intervalos menores de tempo, cada um com seu nome, imagem e duração, como vemos na Fig. 5. Cada símbolo representa metade do anterior.

Por exemplo, duas mínimas são equivalentes a uma semibreve, pois $1/2 + 1/2 = 1$. Outro exemplo: Uma semínima e duas colcheias são equivalentes a uma mínima, pois $1/4 + 1/8 + 1/8 = 1/2$.

Nome	Figura de som	Figura de silêncio	Duração
Semibreve			1/1
Mínima			1/2
Semínima			1/4
Colcheia			1/8
Semicolcheia			1/16
Fusa			1/32
Semifusa			1/64

Figura 5. Notas musicais encontradas atualmente. Fonte [6].

Podemos ver na Fig. 6 a representação na forma musical os dois exemplos mencionados, respectivamente.

$$\begin{aligned} & \text{semibreve} + \text{semibreve} = \text{semibreve} \\ & \text{colcheia} + \text{colcheia} + \text{colcheia} = \text{colcheia} \end{aligned}$$

Figura 6. Exemplos representados na forma musical. Fonte [7].

Contudo, essas combinações de notas musicais formam um compasso, que é a unidade de tempo em que a composição é dividida. Ele pode ter diferentes durações dependendo do gênero musical. Geralmente, é indicado por uma fração inicial, e quando o compasso atingiu sua duração máxima (de acordo com a fração indicada), é marcado com uma linha vertical, dividindo então, o pentagrama em compassos, como na Fig. 7.

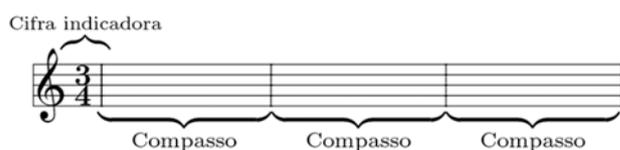


Figura 7. Compassos. Fonte [7].

Na fração inicial, o numerador indica o número de batidas que marcam o compasso e o denominador, a nota que o representa. Portanto, a Fig. 8 representa duas das diversas maneiras que um compasso na forma de $3/4$ pode ser escrito.



Figura 8. Exemplos de escrita de um compasso na forma $3/4$. Fonte [7].

Outro exemplo apresentado na Fig. 9, é um compasso de $6/8$, que pode conter seis colcheias, três semínimas ou

uma semibreve e uma semínima em cada compasso, dentre muitas outras possibilidades.



Figura 9. Exemplos de escrita de um compasso na forma 6/8. Fonte [7].

Ressaltando que os exemplos poderiam ser feitos utilizando figuras de silêncio combinando com figuras de som para formar o compasso, ou apenas figuras de silêncio.

Discussão

Quanto ao potencial de aprendizagem da situação promovida, entende-se ser necessário levar em conta os conhecimentos prévios dos estudantes, bem como a forma como o trabalho é desenvolvido, desde a primeira etapa, a participação nas discussões e a curiosidade que poderá despertar. Mas não é preciso que, previamente, tenham tão bom conhecimento sobre frações, uma vez que as mesmas vão surgindo no decorrer da história. Há diversas oportunidades, durante o seu desenvolvimento, de fazer pequenas demonstrações, visando ao melhor entendimento das frações que vão aparecendo.

Com isso, o professor pode avaliar se o estudante vai se apropriando daqueles “números” tão importantes no desenrolar da história. De fato, as divisões feitas nas cordas poderiam ser outras, bem como o instrumento criado ser de materiais recicláveis e típicos da região, e isto pode ser objeto de discussão também.

Durante o desenrolar da história, e mesmo após, os estudantes podem ser levados a refletir sobre conhecimentos, materiais e práticas daquela época. E, com isto, questionar e terem espaço para construir novos conhecimentos.

Não se trata, pois, de inserir informações históricas simplesmente, mas de promover a articulação entre os conteúdos a serem desenvolvidos de maneira mais “leve” e trazendo curiosidades.

Considerações Finais

A atividade didática aqui apresentada, resumidamente, teve intenção de abordar uma possibilidade de ensino de matemática por meio da história da matemática. Na sua organização, foi considerada a possibilidade de articular história de matemática e ensino de frações. Essa estratégia de ensino, além de ter o potencial de estabelecer um diálogo com o passado, pode contribuir para novas investigações, incentivando novas análises.

Ainda, é muito importante considerar o planejamento do professor, o público-alvo e o conceito a ser desenvolvido no ambiente educacional. Essa atividade didática é apenas um exemplo da possível articulação entre história e ensino de matemática.

Com efeito, as ações realizadas compõem o campo de possibilidades de construção do conhecimento, considerando história e ensino.

Agradecimentos

Os autores agradecem os organizadores do XI SECIMSEG pelo espaço de discussão e reflexão voltados ao Ensino e à Educação e aos revisores pelas sugestões e recomendações para o aprimoramento na redação do artigo.

Referências

- [1] J. B. P. F. de Carvalho. Matemática: Ensino Fundamental. Brasília: Ministério da educação, Secretaria de educação Básica, 2010. 248 p.: il. (Coleção Explorando o Ensino; v. 17), p. 69, p. 71, p. 74, p. 74-5
- [2] U. D’Ambrósio. História da Matemática e Educação. In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, 1996, p.7-17. p. 10, p.13
- [3] A. Miguel, A. J. Brito. A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática. Cadernos CEDES - História e Educação Matemática. Campinas (SP): Papirus, n. 40, 1996. p. 47-61. p.4
- [4] Brasil. Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1998. 174 p. p. 58-9
- [5] C. D. V. B. Motta. Resumo: o papel psicológico da História de Matemática no processo de ensino-aprendizagem. Simpósio Internacional do Adolescente, v. 2, 2005.
- [6] Equipe COM – OBMEP. As frações da música. Disponível em: <<http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-sala-2/>>. Acesso em: Set. 2023
- [7] GCF Global. Números fracionários – A música. Disponível em: <<https://edu.gcfglobal.org/pt/numeros-fracionarios/a-musica/1/>>. Acesso em: Set. 2023
- [8] J, G. Nunes. A Olimpíada Brasileira de Matemática nível A no município de São Gonçalo: uma proposta de intervenção. 2020. Disponível em <https://sca.proformat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5862&id2=171030481>. Acesso em: Nov. 2023.
- [9] M. Tahan. O homem que calculava. 92ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2018.