

# Uma proposta para o ensino da soma dos ângulos internos de um triângulo utilizando o Geogebra

Cristiane Ferrari Rizzi\*

Laurete Zanol Sauer

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática

Universidade de Caxias do Sul, RS, Brasil

\*Autor correspondente: cristianefrizzi@gmail.com

Recebido: 19 de Outubro de 2023  
Revisado: 11 de Dezembro de 2023  
Aceito: 21 de Dezembro de 2023  
Publicado: 29 de Janeiro de 2024

**Resumo:** Este artigo descreve o planejamento de uma situação de aprendizagem visando promover o ensino de matemática mediado por ferramentas tecnológicas, mais especificamente de geometria dinâmica através do software Geogebra. A proposta didática voltada ao oitavo ano do Ensino Fundamental tem como aporte teórico o construcionismo de Papert e a autonomia preconizada por Freire. Para a aplicação da proposta são previstas 4 horas, divididas em dois encontros, no laboratório de informática da escola. Ao final da aplicação da sequência didática espera-se que o estudante compreenda o teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer bem como seja protagonista do seu processo de aprendizagem, no qual o construcionismo permeia a aplicação do planejamento da aula.

**Palavras-chave:** Geometria dinâmica, triângulos, Geogebra

# A proposal for teaching the sum of the internal angles of a triangle using Geogebra

**Abstract:** This article describes the planning of a learning situation aiming to promote the teaching of mathematics mediated by technological tools, more specifically dynamic geometry through the Geogebra software. The didactic proposal aimed at the eighth year of Elementary School has as its theoretical support Papert's constructionism and the autonomy advocated by Freire. To implement the proposal, 4 hours are allocated, divided into two meetings, in the school's computer laboratory. At the end of the application of the didactic sequence, the student is expected to understand the theorem of the sum of the internal angles of any triangle as well as being the protagonist of their learning process, in which constructionism permeates the application of lesson planning.

**Keywords:** Dynamic geometry, triangles, Geogebra

## Introdução

O ensino de Matemática, atualmente, tem buscado contemplar as habilidades previstas no documento norteador da educação, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC [1].

Conforme podemos notar na BNCC, as habilidades previstas para a geometria vão além da mera resolução de problemas e exercícios de fixação com recursos de quadro e giz.

Diante disso, destacamos nesse estudo uma possível situação de aprendizagem utilizando as TDCIs (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação).

As tecnologias aparecem em habilidades específicas na área da Geometria, com a denominação de geometria dinâmica que proporciona a compreensão dos estudantes de elementos geométricos por meio da movimentação, representação e visualização. Em nosso estudo utilizaremos o software educacional gratuito denominado Geogebra.

Em primeiro lugar, é importante destacar a necessidade de que o professor esteja apto a inserir esse tipo de ferramenta, diante disso, buscamos uma abordagem metodológica por meio de uma sequência didática, inserindo a geometria dinâmica para a compreensão da soma dos ângulos internos de um triângulo, objetivando a compreensão das etapas por parte do professor para que possa aplicar a mesma com seus alunos, contemplando as habilidades propostas no ensino de Geometria no oitavo ano do Ensino Fundamental.

## Referencial teórico

A utilização de TDICs no âmbito educacional tem viés na base pedagógica e é um instrumento com potencial para a construção do conhecimento no ponto de vista socioconstrutivista. Além de fornecer ferramentas de aprendizagem, estrutura novos ambientes baseados na curiosidade e exploração que propulsionam a relação mediadora entre professor e estudante.

Essa inserção tecnológica em espaços educacionais impulsiona a reformulação de propostas pedagógicas, repercutindo no currículo, metodologia e avaliação. Com isso o modelo tradicional acaba sendo substituído pela mediação, segundo Soffner [2]:

O emprego inovador de tecnologia no dia-a-dia, por alunos e professores, pode ser a grande diferença para que se mude radicalmente a centralização do processo educativo no professor. O aluno torna-se responsável pelo processo de seu desenvolvimento e, portanto, de sua educação.

Portanto podemos notar que a tecnologia ganha enfoque epistemológico, assim como no modelo construcionista de Papert [2] enfatiza que o conhecimento é construído pelas crianças nesse tipo de ambiente e que o computador é como um meio de se concretizar o formal, além de a tecnologia ter o papel de auxílio na mediação de processos formais escolares. Ainda, segundo o mesmo autor [2]:

[...] acredita que possa a tecnologia ser de grande auxílio: uma mediadora nos processos formais escolares, tentando restituir parte da autonomia de aprendizagem que foi perdida ao se enviar a criança a escola.

Buscar um equilíbrio, desenvolver a autonomia, trazer a presença do mediador como personagem fundamental para aprendizagem é defendido por Papert e Freire [2]. Na visão de Freire a tecnologia é humanizadora dos homens para torná-los aptos a transformar o mundo, porém coloca em foco uma questão relevante a se discutir a realidade do acesso a essas ferramentas tecnológicas na educação básica: “[...] o acesso ainda é fator de restrição em seu papel pedagógico, especialmente quando pensamos nas populações de baixa renda e de poucas oportunidades deste país”. [2].

No que tange ao papel pedagógico profissional, a tecnologia na educação tem caráter de práxis tecnológica e que essa prática precisa ser reflexiva e transformadora. Neste sentido, de acordo com Freire, citado em [2]:

Ninguém educa ninguém, mas ninguém se educa a si mesmo, O processo de educação vem, portanto, da comunhão dos homens, mediatizados pelo mundo. A tecnologia tem sua função

como parte deste meio, já que pode promover a colaboração e interação entre os homens; é, portanto, fundamental nos processos pedagógicos e educacionais.

Essa interação em espaços tecnológicos acaba sendo entre aluno e computador, portanto a escolha de ferramentas que realmente tragam evidências epistemológicas precisa ser analisada antes de sua inserção em práticas educacionais.

Na área da Educação Matemática, a inserção de tecnologia pode ocorrer através de softwares educacionais, tais como o Geogebra, um software que tem potencial para criação de ambientes. Conforme Basso e Notare [3]:

É possível alcançar um nível elevado de realismo para representar diferentes objetos matemáticos, pois oferecem a possibilidade de manipulação direta de construções geométricas, que permitem visualizar conceitos de geometria a partir do estudo de propriedades invariantes dessas construções enquanto seus componentes são movimentados na tela.

Porém para que os processos de ensino e aprendizagem nesses ambientes seja efetivo é necessário escolher um bom recurso, pensar no tipo de problema proposto e que o mesmo seja suporte para modelos mais elevados de ensino, além de ter objetivos claros que pretendemos atingir. Neste sentido, Basso e Notare [3] afirmam:

Entendemos que um bom uso dos recursos tecnológicos deve proporcionar situações que ajudem os alunos a pensar matematicamente, fornecendo atividades de matemática cujos objetivos vão além do “aprender matemática”, em direção ao “fazer matemática”. Pensar em problemas amplos, em que a matemática a ser aprendida é essencial para lidar com a situação deve ser o foco. A matemática torna-se funcional, uma vez que as tecnologias levam ao desenvolvimento do pensamento matemático como forma de resolver um problema e não como um fim em si mesmo.

No momento em que a matemática se torna funcional, o sujeito pode desenvolver seu pensamento matemático sendo capaz de criar e buscar novos métodos de solucionar os problemas propostos. Com isso:

[...] o papel que o recurso de movimento pode desempenhar na articulação entre os aspectos figural e conceitual é particularmente importante, pois proporciona acesso ao mundo da teoria geométrica. [3]

Além de proporcionar o estudo das teorias da Geometria, as funcionalidades do software de geometria dinâmica permitem ações como:

A ação de arrastar (característica central dos ambientes de GD) muda o aspecto figural de uma construção geométrica, mas não do aspecto conceitual, uma vez que todas as propriedades do objeto geométrico são mantidas. Esta dualidade figural/conceitual não é possível em um

ambiente estático de lápis e papel, uma vez que os aspectos figurais são tratados em um registro visual e um conceito é tratado em um registro discursivo. [3]

Tendo esses e outros benefícios proporcionados através de recursos tecnológicos, cabe ao professor verificar as etapas necessárias e buscar a mediação do conhecimento através de uma práxis educativa tecnológica de um novo modelo de escola.

Assim, diante disso, a situação de aprendizagem abordada nesse estudo busca por meio de uma sequência didática a compreensão dos estudantes sobre o teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer, através do processo matemático das tecnologias, mais especificamente o software de geometria dinâmica, Geogebra.

## Metodologia e desenvolvimento

A metodologia para aplicação da situação de aprendizagem foi elaborada com enfoque no uso de tecnologias para o ensino de Matemática no ensino fundamental e o recurso computacional escolhido foi o software gratuito de geometria dinâmica, Geogebra.

Em consonância com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC [1], que enfatiza a importância de desenvolver habilidades voltadas à geometria dinâmica e ao pensamento computacional dos estudantes, objetiva-se promover a compreensão do teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo e seus pontos notáveis, bem como construir, testar e investigar a veracidade do teorema através do software Geogebra.

Nessa perspectiva, as habilidades da BNCC de Matemática relacionadas com a temática referida são descritas pelos códigos (EF08MA15) e (EF08MA17) e que trazem elementos matemáticos de geometria tais como construção, desenho, determinação da medida de abertura nos ângulos notáveis e de polígonos regulares, sugerindo a utilização de software de geometria dinâmica.

Portanto, essa sequência didática destina-se ao oitavo ano do ensino fundamental, sendo necessários 4 períodos de hora aula, divididos em dois encontros. Os mesmos deverão ser realizados no laboratório de informática, no qual os estudantes precisam acessar o software de geometria dinâmica Geogebra, através do site: <https://www.geogebra.org/classic>. Os materiais necessários além do laboratório de informática são: quadro, canetões de quadro branco, projetor e acesso a internet.

Os seguintes subtítulos nortearão as etapas de aplicação da sequência didática: **Questionamento norteador** (dar ênfase e refletir sobre o tema da aula, bem como identificar os conhecimentos prévios dos estudantes); **Construção** (desenvolvimento das etapas de construção no software Geogebra, momento passo-a-passo com anotações acerca dos questionamentos traçados); **Investigação** (momento de responder as perguntas por meio de análise e conclusões sobre o processo de construção).

Inicia-se o encontro 1, no qual será necessário 2 horas aulas, entregando uma folha pautada para cada aluno e explicando que na mesma no decorrer da aula, as respostas dos questionamentos deverão ser registrada. Com o seguinte questionamento daremos início à aula: Será que todos os triângulos possuem a mesma soma dos ângulos internos? Após dialogarmos sobre o questionamento norteador e as concepções trazidas pelos estudantes iniciaremos o processo de construção.

A primeira etapa de Construção deve seguir os seguintes passos: Construa três triângulos de tamanhos diferentes, utilizando a ferramenta “polígono”, conforme a Figura 1.

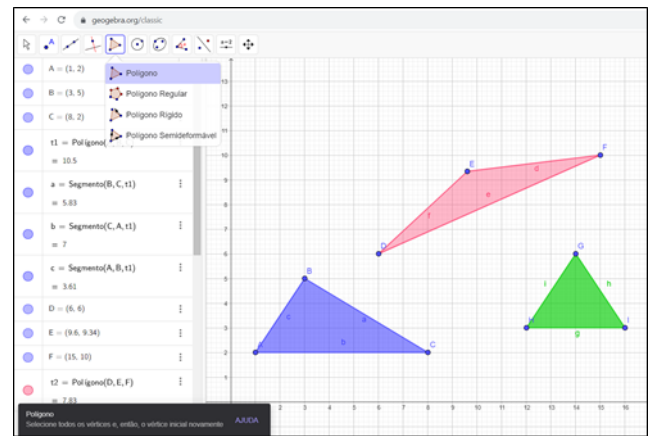


Figura 1. Construção de triângulos.

Na segunda etapa o estudante deve realizar a identificação das medidas dos ângulos, seguindo a instrução: com a ferramenta para medir os ângulos, faremos esse procedimento com os três triângulos desenhados anteriormente, conforme exemplo na Figura 2.

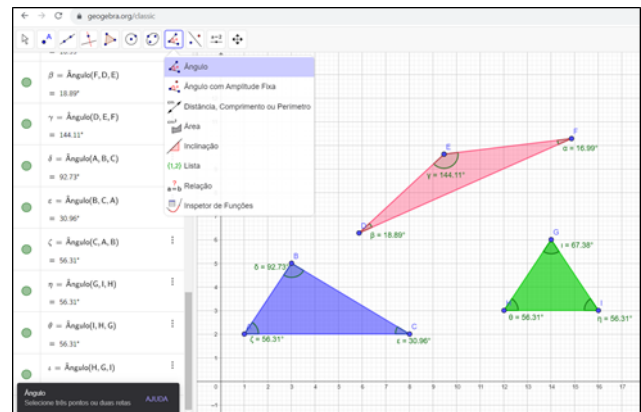


Figura 2. Identificação dos ângulos do triângulo.

Após realizar as medidas, os alunos deverão responder na folha pautada entregue no início da aula: Os ângulos dos três triângulos possuem medidas iguais? Você visualiza alguma relação entre eles? Nesse momento quais características estudadas anteriormente você consegue visualizar com essa construção em relação as propriedades dos triângulos?

Finalizando as respostas é importante que o professor recolha as mesmas e inicie um debate sobre as conclusões apontadas pelos alunos, além de salvar o arquivo dessa etapa de construção para o próximo encontro.

O segundo encontro terá duração de 2 horas aulas, e também será necessário a entrega de uma folha pautada para cada aluno em que serão realizadas as anotações das respostas dos questionamentos que irão ocorrer no decorrer do encontro. Além disso, é necessário que todos estudantes tenham seus arquivos de construção do Geogebra da aula anterior abertos em seus computadores para dar sequência ao encontro 2.

Inicia-se o encontro 2 com o processo que chamaremos de

INVESTIGAÇÃO, nela os estudantes por meio de suas construções responderão alguns questionamentos e testarão algumas outras ferramentas do software para concluir alguns aspectos pertinentes para compreensão do teorema.

Na primeira etapa da INVESTIGAÇÃO, no software Geogebra realizaremos entradas básicas de operações, para isso utilizaremos o campo inferior esquerdo conforme Figura 3, denominado ENTRADA.

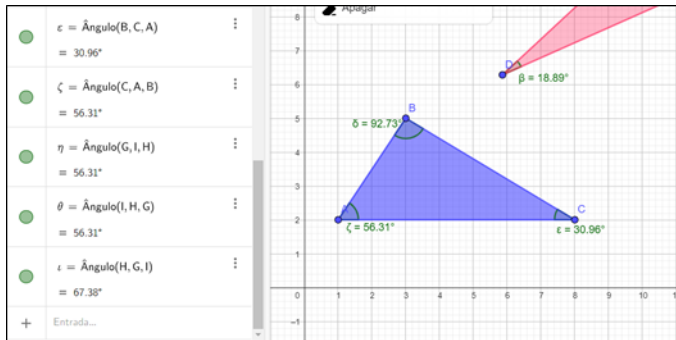


Figura 3. Utilização do commando “Entrada”.

Nesse campo iremos digitar a entrada para realizar a soma dos ângulos internos do triângulo, para isso precisamos iniciar com uma letra grega ainda não utilizada e igualar a soma dos três ângulos internos encontrados. Veja o exemplo do triângulo rosa da Figura 4.

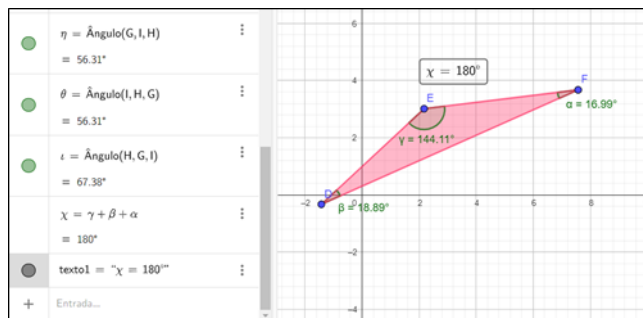


Figura 4. Somando os ângulos internos do trinângulo.

Após realizar esse processo nos três triângulos os estudantes irão responder: Há alteração na soma internas dos triângulos construídos? O que podemos concluir após essa verificação?

Espera-se que ao finalizar essa etapa os alunos tenham compreendido o teorema da soma dos ângulos internos que resulta em  $180^\circ$ .

Seguindo nesse processo investigativo os estudantes serão realizar as seguintes etapas: Movimente os pontos do triângulo azul: A, B e C, no triângulo rosa os pontos: D, E e F e no triângulo verde os pontos: G, H e I, para que mude as configurações do triângulo, conforme Figura 5.

Após realizar a movimentação, responda: Alterou o resultado da soma das medidas dos ângulos internos do triângulo ou permaneceu a mesma? Sugere-se que nessa etapa o estudante converse com seu colega ao lado e veja se ele concluiu a mesma relação que você.

Finalizando os dois encontros da sequência didática tomamos como processo avaliativo levando em consideração o referencial teórico que tem como enfoque a avaliação processual os estudantes, os estudantes deverão entregar ao finalizar

a sequência didática o relatório das construções, através das respostas das perguntas inseridas no decorrer do processo de construção, que estarão descritas na folha pautada entregue no início da aula de cada encontro. Além de entregar a construção final desenvolvida no software Geogebra, para que o professor faça a análise processual da construção do estudante. Importante salientar que no decorrer do processo o professor deverá mediar para que todos consigam construir e realizar todas as etapas propostas.

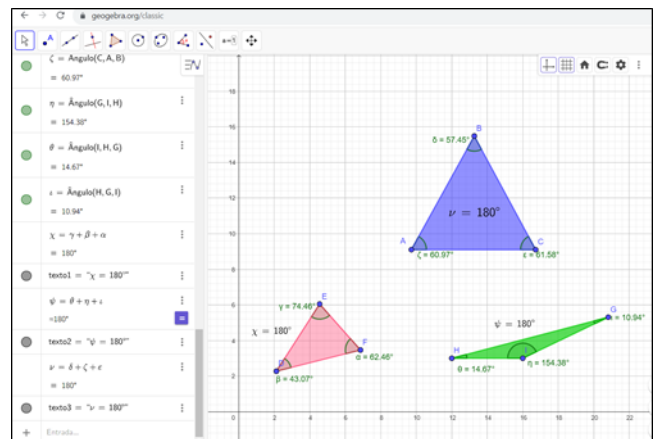


Figura 5. Somando os ângulos internos do trinângulo após a movimentação.

## Resultados esperados

A presente sequência didática pode ser uma possibilidade para o ensino de geometria conforme alguns estudos que apontam resultados promissores em relação à aprendizagem quanto ao uso de softwares de geometria dinâmica, nesse caso o Geogebra.

Destacamos estudo de Felício [4] justificando a importância deste recurso para o desenvolvimento de habilidades e para a aprendizagem de Matemática na área da geometria, pois em seus resultados aponta para otimização do tempo devido à dinamização gráfica facilitando a compreensão do aluno, e a utilização de um guia passo a passo, que reduz a dificuldade de interação do software com o estudante.

Pereira [5] aponta resultados positivos na aprendizagem com o uso de recursos de geometria dinâmica do software Geogebra como “arrastar” desencadeou nos estudantes autonomia para verificar e testar hipóteses, conjecturas além de possibilitar a revisão de outros conteúdos geométricos. Além das atividades investigativas que proporcionaram outra postura aos alunos e professor, a interação e discussão auxiliaram a resolução dos problemas propostos, ficando evidente a postura colaborativa.

Portanto, a partir desses estudos e do referencial teórico utilizado na elaboração desta proposta pode-se perceber a importância de materiais estruturados e do uso de softwares de geometria dinâmica para o ensino de Geometria, enfatizando a sua eficácia para o pensamento matemático e trazendo a ferramenta para elevar o nível de realismo e compreensão de propriedades geométricas.

## Considerações finais

A inserção da geometria dinâmica na área de Matemática é

um assunto que continua sendo debatido e pesquisado e, atualmente com maior ênfase, uma vez que que essa habilidade encontra-se descrita no material norteador da educação brasileira, a BNCC. Porém, entendemos ser necessária a sua difusão, por meio de políticas públicas de ampliação e aprimoramento de laboratórios de informática nas instituições de ensino.

A sequência didática proposta neste artigo buscou contemplar duas habilidades matemáticas previstas para o oitavo ano do Ensino Fundamental, utilizando o software Geogebra como recurso tecnológico e apresentando o passo a passo de sua utilização.

Assim, o objetivo dessa proposta é proporcionar aos estudantes melhores condições de aprendizagem, bem como contribuir para o seu protagonismo em sala de aula.

Para tanto, entendemos ser importante a inserção de ferramentas tecnológicas na educação como um recurso para mediar ação pedagógica, juntamente com o uso de metodologias que deem suporte para a efetiva colaboração entre os estudantes e auxiliem no seu protagonismo.

E que neste ambiente de ensino e de aprendizagem o professor possa desempenhar o seu papel de mediador proporcionado aos estudantes avanços significativos na sua aprendizagem.

## Agradecimentos

As autoras agradecem aos organizadores do XI SEMSEG pelo espaço de discussão e reflexão e aos revisores pelas sugestões e recomendações para o aprimoramento na redação do artigo.

## Referências

- [1] Brasil. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.
- [2] R. Soffner. Tecnologia e educação: um diálogo Freire-Papert. *Tópicos Educacionais*, Recife, v. 19, n. 1, p. 147-162, jan./jun. 2013.
- [3] M. Basso, M. R. Notare. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, Porto Alegre, v. 13, n. 2, 2015.
- [4] A. C. Felício. A determinação de pontos notáveis de um triângulo utilizando o software Geogebra. *Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Centro de Ciências Exatas e de Tecnologias, Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), São Carlos*, p. 95. 2013.
- [5] T. L. M. Pereira. O uso do software geogebra em uma escola pública: interações entre aluno e professor em atividades e tarefas de geometria para ensino fundamental e médio. *Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora*, p.122. 2012.
- [6] M. R. Gay, W. R. Silva. *Araribá plus: Matemática – 8º ano*. Organizadora Moderna; obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2018.