Fatorial e números binomiais: abordagem ativa através da sala de aula invertida

Fernanda Marchioro* e Isolda Gianni de Lima

Resumo

Com o intuito de promover autonomia e maior envolvimento nas atividades propostas para a disciplina de Matemática, foi elaborada uma sequência didática para estudantes do segundo ano do Ensino Médio, com base na metodologia da sala de aula invertida, e cujas propostas partiram de estudos prévios e individuais dos estudantes. Este trabalho relata e interpreta o seu desenvolvimento e aplicação, dialogando com as teorias que orientaram a prática. A sala de aula invertida é uma proposta metodológica que favorece a aprendizagem significativa dos conteúdos, aproveitando o estilo atual dos alunos, que sentem as aulas carentes de envolvimento e significado. A aprendizagem ativa, teoria proposta por Ausubel e principal objetivo da aplicação desta proposta, é aquela em que há protagonismo dos estudantes, que veem o objeto de ensino com criticidade e compreendem os conceitos em relação à sua utilidade e aplicação. Buscou-se, assim, a construção e ressignificação dos conceitos pelo estudante sempre que exposto a uma situação nova, de forma progressiva. O conteúdo trabalhado durante as aulas foi o conceito de fatorial e números binomiais, e a primeira proposta da sequência didática foi a de que os estudantes buscassem, em casa, entender noções básicas sobre o conteúdo que seria trabalhado, por meio de leituras e de algumas questões. Posteriormente, em sala de aula, considerando os estudos iniciais, aprofundou-se o tema com novas atividades e com a ajuda da professora. Para finalizar a proposta, foi solicitado que os alunos realizassem um novo estudo prévio, com algumas questões de preparação, só que, desta vez, com os conceitos de número binomial. Concluiu-se que os alunos se envolveram, encontraram formas de resolver as atividades e, ao final, atingiram o objetivo que era a compreensão do conceito de fatorial e números binomiais para resolver as atividades propostas. Houve indícios, ainda, de que o material foi potencialmente significativo, pois fez com que os alunos utilizassem fatorial em diversas situações apresentadas na forma de problemas, exercícios de aplicação, desafios colaborativos e discussões em pequenos e no grande grupo. Foi possível observar ainda, indícios de reconciliação integradora, pois os alunos atribuíram significado ao conceito de fatorial e puderam aprimorá-lo, aplicando-o em outras situações.

Palavras-chave

Aprendizagem ativa, Fatorial, Número binomial, Sala de aula invertida.

Factorial and binomial coefficient: active learning through flipped classroom

Abstract

In order to promote autonomy and involvement in the activities proposed for the subject of Mathematics, a didactic sequence was elaborated for students of the second year of High School, based on the flipped-classroom methodology, and whose proposals started from previous and individual studies. This work presents and interprets its development and application, dialoguing with the theories that guided the practice. The flipped classroom is a methodological proposal that favors meaningful learning of the contents, taking advantage of the current style of the students, who feel the classes with lack of meaning. Active learning, a theory proposed by Ausubel and the main objective of this didactic unit, is one in which students are protagonists, who view the teaching object critically and understand the concepts in relation to its usefulness and application. Thus, the construction and reframing of concepts by the student was sought whenever they were exposed to a new situation, in a progressive way. The content approached during the classes was the concept of factorial and binomial numbers, and the first proposal of the didactic sequence was that the students sought, at home, to understand basic notions about the content that would be worked, through readings and some questions. Subsequently, in the classroom, considering the initial studies, the theme was deepened with new activities and with the help of the teacher. To finalize the proposal, students were asked to carry out a new preliminary study, with some preparation questions, this time with the concepts of binomial number. It was concluded that the students got involved, found ways to solve the activities and, in the end, reached the goal that was the understanding of the concept of factorial and binomial numbers to solve the proposed activities. There was also evidence that the material was potentially significant, as it caused students to use factorials in various situations presented in the form of problems, application exercises, collaborative challenges and discussions in small and large groups. It was also possible to observe signs of integrative reconciliation, since students attributed meaning to the concept of factorial and were able to improve it, applying it in other situations.

Keywords

Active learning, Factorial, Binomial coefficient, Flipped classrom.

* Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, RS E-mail: fernandam.marchioro@gmail.com; iglima1@gmail.com.

Data de envio: 15/07/2020 Data de aceite: 04/08/2020

 $http:\!/\!/dx.doi.org/10.18226/23185279.v8 is s3p38$

I. INTRODUCÃO

A proposta metodológica da "sala de aula invertida" já é aplicada há bastante tempo por alguns professores, porém, sem ser identificada com esse nome. Não é, portanto, inédita enquanto prática, mas vale refletir sobre seu conceito e aplicabilidade. Os textos mais recentes que propõem essa metodologia, reconhecida com potencial para promover uma aprendizagem ativa, sugerem que o que tradicionalmente é feito em sala de aula seja trabalho de casa e vice-versa [1], defendendo que se invertam os papéis, o professor deixa de ser transmissor de conceitos, passa a ser facilitador e com a função de auxiliar. Os alunos, por sua vez, estudam com antecedência, buscam conteúdo em diversos meios disponíveis, como vídeos, plataformas de pesquisa, podcasts, livros e materiais sugeridos pelo professor, previamente à aula.

Quando o estudante busca conhecer com antecedência o que será trabalhado na escola, ele se familiariza com os novos conceitos, aproveita mais o tempo de aula e ressignifica o que está buscando, aproximando o que está estudando à sua linguagem. Uma vez que junto do professor e dos colegas, já possui concepções prévias, traz dúvidas, e não encara o conteúdo novo sem nunca haver pensado a respeito dele.

A sequência didática que será apresentada neste trabalho foi estruturada com base nessas concepções. Seu objetivo foi o de promover uma aprendizagem significativa dos conceitos de fatorial e número binomial, construída a partir do interesse e da criticidade que a metodologia da sala de aula invertida proporciona. Este artigo tem a pretensão de relatar a aplicação da sequência didática e a análise dos resultados obtidos a partir dela.

Existem muitas propostas, artigos, teses e dissertações que defendem a sala de aula invertida como uma estratégia para promover uma aprendizagem com significado para o aluno, tanto em Matemática, como em outras áreas, seja na educação básica ou no ensino superior. Silva e Oliveira [2], investigando trabalhos realizados nas escolas universidades, destacaram pontos positivos e negativos que precisam ser melhorados em uma prática de sala de aula invertida na disciplina de Matemática. Os autores concluíram, com base na pesquisa, que essa metodologia é exitosa no processo de ensino e de aprendizagem, justamente porque o professor otimiza o tempo em sala de aula para sanar dúvidas, explora os conceitos em que o aluno, particularmente, teve mais dificuldade e auxilia, de modo geral, o grupo de alunos em interação. Assim, os índices de aprovação são maiores em relação aos anos em que não houve aplicação do método, indicando que "a sala de aula não é apenas um espaço de adquirir conhecimentos, mas também de troca de saberes" (p. 8).

Honório e Scortegagna [3] também relatam uma experiência com alunos do 9° ano do Ensino Fundamental, de modo mais abrangente, para a aprendizagem de diversos conteúdos. Nas pré-aulas, havia informações online e videoaulas disponíveis para os alunos assistirem em casa. Depois, aconteciam os encontros presenciais, nos quais os estudantes apresentavam as dúvidas, e um último momento era dedicado a uma avaliação. Com base no que foi

observado em todo o processo e nos registros, os autores concluíram que os alunos aprovaram a experiência e que a metodologia potencializou a aprendizagem. Constataram ainda que essa metodologia possibilitou tornar os alunos mais autônomos nos estudos e motivados a estudar em casa para enriquecer os encontros presenciais. É importante destacar, também, que os alunos investigados gostaram de assistir às videoaulas em casa, devido à possibilidade de se dedicar ao material em horários que melhor se adequavam à sua rotina, pausando e voltando sempre que necessário. Igual apreço foi percebido por parte dos estudantes ao receber um atendimento individualizado na sala de aula.

Estudos como esses confirmam a ideia principal defendida neste trabalho, ressaltando que é necessário promover uma aprendizagem com significado para o aluno de forma autônoma, e que ele seja ativo durante o processo. O que aconteceu no planejamento e desenvolvimento da sequência didática, objeto deste estudo, também corrobora com essa ideia, com ênfase na aprendizagem de fatorial e números binomiais.

II. REFERENCIAL TEÓRICO

Com o intuito de despertar o interesse dos alunos e tornar a aula de Matemática mais atrativa, encontrou-se, na teoria da aprendizagem significativa e no ensino por meio da sala de aula invertida, uma possibilidade de construir uma prática que envolvesse os alunos de modo a atribuírem sentido ao conceito de fatorial. Ao mesmo tempo, intentou-se despertar o interesse em aprender e entender os conceitos trabalhados, modificando também a conduta tradicional das aulas de Matemática, de decorar fórmulas e resolver as atividades de forma mecânica.

A aprendizagem significativa, nos termos que guiam este estudo, está descrita na teoria de Ausubel [4], e parte da premissa de que o novo conhecimento deve ser construído com base em saberes prévios a ele relacionados, de forma que se atinja, de fato, um entendimento amplo e estabeleça sentido. Ausubel [4] defende que a aprendizagem com significado acontece sob duas condições, a primeira é a predisposição do aluno para aprender, e a segunda refere-se ao material de estudo, que deve ser potencialmente significativo, de modo a favorecer ao aluno associar a nova aprendizagem a outras estabelecidas anteriormente.

Para que ocorra a aprendizagem significativa, Novak e Gowin [5] afirmam que, nesse processo de construção do conhecimento, devem ocorrer dois fenômenos: diferenciação progressiva e a reconciliação integradora dos conceitos trabalhados. Eles permitem ao aluno atingir de fato uma aprendizagem que seja aplicável, ou seja, que faça sentido para a vida e cotidiano do aluno. A diferenciação progressiva se dá quando há uma ligação entre conhecimentos prévios e novos, enriquecendo de forma progressiva os conceitos. Ao mesmo tempo, com as partes de um todo sendo entendidas em confronto com ideias já formadas no pensamento, ocorre, então, outro fenômeno, de mudança de significado, evolução conceitual e reorganização de novos pensamentos, chamado de reconciliação integradora.

Não por menos, as metodologias de aprendizagem ativa estão em alta na educação, pois possibilitam que o aluno

pesquise, busque, investigue, resolva problemas e descubra por si mesmo muitos dos conceitos trabalhados na escola, tornando-se, assim, sujeito ativo na construção do conhecimento [6]. Nesse processo, o professor se torna o para mediador, elaborando estratégias facilitar a compreensão e a diferenciação progressiva de noções e conceitos básicos dos conteúdos. É responsável ainda, pela de materiais adequados, com atividades potencialmente significativas e por envolver os alunos no processo. Nessa perspectiva, a sala de aula invertida facilita essa inovação.

Com a aplicação da sala de aula invertida, os alunos não têm mais como tarefa principal escutar o professor—e copiar textos e fórmulas do quadro, mas aproveitam a aula para tirar dúvidas, complementar exercícios anteriormente propostos ou realizar novas atividades em interação com os colegas. Isso possibilita que ocorra uma aprendizagem satisfatória se comparada às aulas expositivas, as quais muitas vezes há falta de tempo presencial não permite o estudo dos conteúdos necessários e para a elaboração de questionamentos. Bergmann e Sams [1] defendem que as dúvidas não surgem enquanto o professor verbaliza informações, mas sim, quando o aluno está resolvendo exercícios ou desafios. Os autores enfatizam também que cada professor pode inverter a sala de aula da forma que achar mais adequada à sua disciplina.

Frente a alunos mais ativos, que pesquisam e muitas vezes sanam dúvidas conceituais de forma rápida e com um simples toque na tela do celular, Gómez [8] enfatiza que a sala de aula invertida proporciona momentos de experimentação e avaliação de ideias, além de se tornar significativa, deixa espaço à utilização e movimentação dos conteúdos aprendidos em outros contextos.

III. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E DESENVOLVIMENTO

A sequência didática aqui apresentada foi realizada com 25 alunos da 2ª série do Ensino Médio, na disciplina de Matemática.

A proposta foi aplicada em dois encontros, de dois períodos de 50 minutos cada, sendo um encontro sobre fatorial e o outro sobre números binomiais. Os encontros seguiram a mesma ordem e a mesma lógica de atividades. Inicialmente, como atividade de pré-aula, os alunos pesquisaram, estudaram e elaboraram em casa um material 0 conteúdo. Nos encontros presenciais, compartilharam as produções, interagiram com os colegas sobre o que haviam entendido e discutiram eventuais dúvidas. Com a orientação da professora, também registraram ideias, representações e conceitos em seus cadernos e realizaram atividades e desafios para aprimorar e ampliar o que tinham aprendido. Para a atividade de pósaula, foram propostos novos desafios, apresentados com o propósito de aprofundar o que havia sido estudado até o momento, e de compreender significativamente o conteúdo.

A primeira atividade foi entregue para os alunos através de uma folha de perguntas, para ser resolvida em casa com materiais disponíveis para pesquisa (livro, apostila, internet). A seguir, apresentou-se o texto que foi proposto como estudo prévio, um desafio onde aparece o símbolo de fatorial (!), e os questionamentos apresentados no Quadro 1.

Quadro 1: Transcrição da folha de exercícios de pré-aula.

As operações básicas da Matemática são muito importantes, pois subsidiam diversas atividades do cotidiano do ser humano. O domínio das operações básicas, adição, subtração, multiplicação e divisão, implica na aprendizagem dos demais conteúdos estudados, também em outras disciplinas.

Outras operações como radiciação e potenciação não são tão utilizadas no cotidiano, mas servem de base para novos conteúdos a serem trabalhados nas aulas de Matemática.

O uso da calculadora facilita a vida das pessoas, agilizando o processo de pensamento e adiantando cálculos dos mais simples aos mais complexos.

Em grande parte dos problemas da Análise Combinatória vamos nos deparar com um produto de números consecutivos que decrescem até o número um.

Poderíamos calcular o produto fazendo as multiplicações uma a uma, porém o trabalho pode se tornar desgastante, e na maioria das vezes é desnecessário. Podemos representar tal produto utilizando a definição de fatorial.

Qual é a resposta da expressão: $2 + 5^2 - 3! \cdot 4$?

Para certificar-se da resposta, pesquise e responda as seguintes questões:

- 1) O que é fatorial de um número?
- 2) Você acertou a resposta da expressão?
- 3) Qual é a definição de fatorial?
- 4) Qual é a definição de fatorial usando a simbologia matemática?
- 5) Anote exemplos.
- 6) Agora calcule o valor de:

a)
$$4! + 3!$$
 b) $7!$ c) $\frac{10!}{8!}$ d) $\frac{50! - 49}{49!}$

O que se pode dizer para 0! e 1!?

A Figura 1 apresenta a resolução de exercícios propostos nos estudos prévios com busca em livros ou vídeos, e registra dúvidas apresentadas pelo aluno.

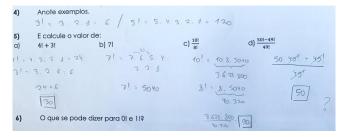


Fig. 1: Resolução da atividade da pré-aula.

Por ela, é possível observar que o aluno em questão compreendeu a definição de fatorial e soube resolver os cálculos, inicialmente efetuando todas as multiplicações expressas nos fatoriais. À medida que foi avançando, porém,

notou que era possível encurtar alguns caminhos, usando 7! para calcular 8! e 10!, que deveria ser, ao certo, 10.9.8!, e usou adequadamente 49!, mas não conseguiu operar algebricamente com a simplificação feita.

Já na Figura 2, é possível observar que o aluno não só compreendeu a definição de fatorial, mas utilizou de forma adequada as simplificações, evidenciando compreensão e domínio dos significados.

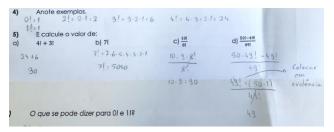


Fig. 2: Resolução da atividade de forma satisfatória.

No encontro presencial que seguiu à primeira proposta de atividade, os alunos sentaram-se em duplas e verificaram as questões, conferindo as resoluções, discutindo-as e anotando dúvidas que persistiram ou que surgiram durante a interação com o colega. A professora, enquanto os alunos estudavam juntos, preparou o quadro para uma discussão das questões no grande grupo. Foi designando uma questão para cada dupla, para serem apresentadas, resolvidas e explicadas aos demais. A professora interveio e complementou as apresentações com comentários e novas perguntas quando pertinentes.

Todos os alunos da sala se envolveram e participaram da aula, trouxeram as atividades e queriam explicar para os colegas a forma com que resolveram as questões, dando indícios de que aprenderam e estavam contentes em ajudar os colegas. Além disso demostraram compreender o que lhes foi solicitado.

A Figura 3 mostra um aluno resolvendo as atividades no quadro, complementadas com comentários e sugestões dos colegas e da professora. Esta atividade serviu de base para os exercícios propostos na sequência.



Fig. 3: Resolução na lousa.

Após este momento, foi proposto um novo desafio, dessa vez, realizado em grupos de quatro alunos, a partir da junção das duplas. A questão proposta é apresentada no Quadro 2.

Quadro 2: Transcrição do desafio

Simplifique as expressões:

a)
$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 210$$
 b) $(m-3)! = 1$

A essa altura, depois de discutir nas duplas, no grande

grupo e de esclarecer dúvidas, os alunos já tinham compreendido o conceito de fatorial. Ainda assim, houve muitas trocas de conhecimento. Nos grupos, pode-se concluir satisfatoriamente a atividade de aplicação do fatorial, avançando em novas situações algébricas, diferenciando progressivamente e dando indícios de reconciliação integradora.

Para o fechamento da aula, a professora propôs problemas de diferentes níveis de complexidade, presentes no livro didático. Para que os mesmos fossem resolvidos, organizaram-se os estudantes em grupos, tornando a aula um momento de verdadeira aprendizagem.

Na atividade pós-aula, os alunos puderam aprimorar conceitos, resolvendo outros dois desafios. Estes, listados a seguir (Quadro 3), eram inspirados nos moldes "quebra cuca", o que incentivou a curiosidade dos alunos, que se demonstraram interessados em resolvê-los.

Quadro 3: Transcrição dos desafios pós-aula

1) Que operações aplicadas "aos três uns" resulta na resposta 6?

2) Veja o exemplo: $12 = 4 \cdot \left(4 - \frac{4}{4}\right)$

O desafio dos quatro quatros é um tanto quanto curioso, ou talvez, uma curiosidade um tanto quanto desafiadora.

O objetivo é montar, com apenas quatro algarismos 4, todos os números de 1 a 100. Podendo, para isso, utilizar qualquer tipo de operação.

Escreva usando quatro algarismos 4 os números 21, 22 e 23.

Os alunos realizaram a atividade complementar em casa. Trouxeram-na para aula e apresentaram diferentes formas de resolução (algumas sem o uso de fatorial). Na sequência, apresentaram para o grande grupo, no quadro, algumas dessas resoluções.

Alguns alunos utilizaram fatorial para obter os números conforme solicitado, mas não em todos os casos, como mostra a Figura 4. Vale destacar que os alunos se envolveram, encontraram formas de representar os números e, ao final, atingiram o objetivo que era utilizar as operações, incluindo o fatorial e o número quatro para encontrar as soluções.

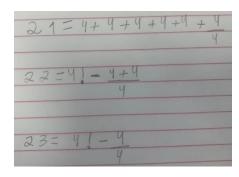


Fig. 4: Atividade pós-aula.

Pode-se afirmar, então, que os alunos estavam predispostos a aprender, pois se envolveram com o estudo

prévio, discutiram e realizaram as atividades em aula e se divertiram com os desafios pós-aula, em momentos ricos de diferenciação progressiva. Sobre o material, pode-se dizer que foi potencialmente significativo, pois fez com que os alunos utilizassem fatorial das mais diversas formas. Foi possível observar, também, indícios de reconciliação integradora, pois os alunos atribuíram significado ao conceito de fatorial e puderam aprimorá-lo, aplicando-o em outras situações.

No segundo momento de aplicação da sequência didática, a tarefa deixada como pré-aula foi a de pesquisar sobre números binomiais, seguindo as orientações da Tarefa 2, apresentadas no Quadro 4.

Quadro 4: Transcrição da segunda tarefa de pré-aula.

Números binomiais

Para obter potência de polinômios de ordem maior que três, $(a+b)^n$, com n>3, os cálculos começam a ficar mais complexos e longos. Para nos ajudar, Newton descobriu um modo bastante prático e que é muito útil quando n assume, especialmente, valores elevados. Dizemos que se usa a definição do binômio de Newton, e é o que veremos na próxima aula.

Para adiantar algumas ideias, que vocês podem conhecer e compreender, fica como tarefa buscar em vídeos, internet ou livros, informações sobre:

- a) o que são números binomiais
- b) para que servem
- c) alguns exemplos
- d) definição
- e) alguma observação importante?
- f) e quanto é:

$$\binom{6}{4} = \binom{20}{17} =$$

Na Figura 5 apresenta-se uma das resoluções dos casos propostos pela professora para serem resolvidos em casa, antes da aula. Observa-se que, após estudos sobre fatorial, os alunos conseguiram resolver a atividade aplicando o que haviam aprendido e compreenderam as definições de fatorial e número binomial.

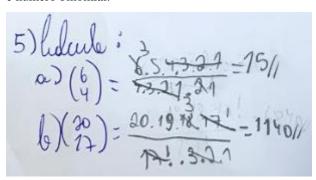


Fig. 5: Resolução de atividade de número binomial.

Na segunda aula, os alunos tiraram dúvidas, comentaram e realizaram anotações sobre os binômios especiais. Essas anotações serviram, depois, para a compreensão dos conteúdos matemáticos que foram trabalhados na sequência do ano letivo.

Elmor Filho et al. [9] sugerem que, no momento em que o

aluno traz exemplos resolvidos de forma correta de casa e mostra ter compreendido os conceitos, o professor pode avaliar o conhecimento construído, uma vez que ele fornece indícios de ter aprimorado determinadas aprendizagens necessárias para seu desenvolvimento cognitivo.

As figuras 6 e 7 apresentam o melhor desempenho de um aluno que, no primeiro momento, não tinha compreendido a ideia de simplificação de fatorial, como por exemplo para facilitar os cálculos da atividade c) $\frac{10!}{8!}$ e d) $\frac{50!-49!}{49!}$ proposta no Quadro 1. Como é possível diagnosticar na Figura 7, o aluno demonstrou compreender o conceito ao aplicá-lo em outras situações, como no cálculo da soma dos números binomiais $\binom{11}{2} + \binom{11}{8}$.

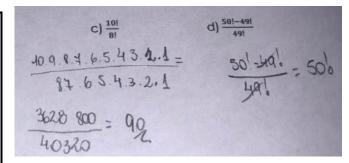


Fig. 6: Cálculo sem simplificação.

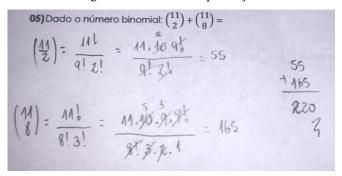


Fig. 7: Resolução com simplificação de fatorial.

Outra atividade também demonstrou indícios de que houve compreensão dos significados, como no exercício que solicitava o cálculo de 12!/10!+9! Pode-se observar, na Figura 8, que aluno conseguiu resolver a atividade de forma satisfatória, demonstrando a reconciliação integradora, ao aprimorar o significado de fatorial, apresentar uma solução detalhada e aplicar os mesmos conhecimentos em outras situações.

01) Calcule o valor de
$$\frac{12!}{10!+9!}$$
 = $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{10 \cdot 9! + 9!}$ = $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{(10+1) \cdot 9!}$ = $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{10}$ = $\frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9!}{10}$

Fig. 8: Cálculo do valor da equação.

Esses indícios de aprendizagem significativa são descritos por Novak e Gowin [5] de maneira pragmática, porque comum ao contexto de sala de aula e familiar a alunos e professores. Os autores afirmam que quando há sensação de "ah! Entendi!", houve aprendizagem. E mais, esta sensação demonstra que ocorreu um processo progressivo de construção do conhecimento. Ainda segundo os autores, cada nova aprendizagem serve de suporte para aprender mais

e compreender melhor.

A abordagem descrita neste trabalho visa quebrar o paradigma da sala de aula tradicional, onde o professor simplesmente apresentaria o conceito de fatorial e o aluno resolveria exercícios do mesmo estilo que o professor havia proposto, seguido de avaliação. O aluno, enquanto agente ativo no processo de aprendizagem, que pesquisa, estuda, questiona e argumenta, fica mais envolvido com o conhecimento, sabe e planeja o que vai estudar, e busca de bom grado respostas para as dúvidas que, afinal, são suas.

IV. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo foi discutida a metodologia de aprendizagem ativa sala de aula invertida e apresentou-se sua aplicação para a construção dos conceitos de fatorial e números binomiais. Esta sequência didática teve seu objetivo atingido e evidenciado pelo reconhecimento da predisposição dos alunos em aprender, do interesse pelo conteúdo e do melhor desempenho observado nas atividades propostas, se comparado à forma tradicional de desenvolvimento das aulas sobre o mesmo assunto em anos anteriores.

Os alunos aprovaram a experiência. No início, estavam preocupados se iriam saber estudar sozinhos um assunto novo, se poderiam utilizar a calculadora, se havia uma forma mais fácil de calcular e outras questões comuns à apresentação de conteúdos. Mas, aceitando o desafio de mudar, gostaram da nova abordagem dos estudos, pois compreenderam que podem aprender muitas coisas por conta própria, que as aulas podem ser dinâmicas, que podem pedir e oferecer ajuda aos colegas e que nem sempre é necessário ficar um longo tempo escutando explicações da professora para aprender um conceito.

A professora, dentro do seu planejamento, precisou organizar as orientações de estudos, preparar estratégias para a troca de ideias e para as discussões propostas em sala de aula. Com o papel de mediadora atuou através de intervenções, sempre que necessárias. Este foi também um exercício novo de prática docente, mais prazeroso, descontraído e se demonstrou eficiente para a aprendizagem, pois a evolução no entendimento dos conceitos envolvidos na sequência didática proposta ficou evidente.

A experiência dos alunos ao chegarem à aula tendo estudado os conceitos previamente em casa, buscando em livros, vídeos e internet, foi satisfatória. Todos os alunos realizaram as tarefas e se envolveram com as atividades. No momento da interação em grupos e em duplas, eles cooperaram, demonstraram interesse nas resoluções e em sanar dúvidas dos colegas.

Com a aplicação da sequência didática foi possível observar que os alunos não precisaram decorar, repetindo exemplos expostos pela professora (e não o fizeram). Eles inovaram, criaram e adaptaram resoluções da forma que achavam mais fácil e do jeito mais adequado à sua compreensão. Desenvolveram, assim, uma aprendizagem com significado, e avançaram na capacidade de pensar e analisar o conteúdo envolvido na sequência didática, argumentando sobre o que tinham feito.

Foi possível contar, ainda, com a predisposição dos alunos para aprender: envolveram-se nas atividades pós-aula e trouxeram as tarefas prontas, com dúvidas para apresentar e com disposição a ajudar os colegas que eventualmente ainda não haviam compreendido conceitos já entendidos por eles.

Na sala de aula, sobre conceitos e aplicação de fatorial, foi possível observar vários momentos e situações de diferenciação progressiva, através da demonstração de conceitos que os alunos já possuíam, ou puderam ser esclarecidas e aprimoradas. O segundo fenômeno descrito na aprendizagem significativa, a reconciliação integradora, foi evidenciada pelo êxito nos desafios propostos. Na medida em que os novos conceitos foram relacionados e integrados a conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva dos alunos, os conhecimentos passaram a ganhar mais sentido e aplicabilidade [5]. Isso ocorreu, por exemplo, quando compreenderam que nem sempre precisavam efetuar todos os fatoriais, podendo simplificar o cálculo.

Por fim, vale destacar que, o que se buscou demonstrar com este trabalho foi também a importância do papel do professor. O professor que experimenta e reflete sobre a sua prática tem a possibilidade de modificar sua ação docente e, com isso, motiva-se para melhorar e inovar. Além disso, pode instigar o aluno a significar o que se está estudando, garantindo que ele leve para a vida o que aprende em sala de aula. Basicamente, ocorre o que Bergmann e Sams [1] afirmam: o que era feito em sala de aula pelos alunos, agora é realizado em casa (p, 16).

O propósito de compartilhar esta experiência é o de oferecer aos colegas professores uma possibilidade envolvente e eficiente de enriquecimento da prática diária nas aulas de Matemática. Essa proposta também poderá inspirar a outras semelhantes, a partir dessa experiência de professora e alunos com a sala de aula invertida.

AGRADECIMENTOS

As autoras agradecem aos organizadores do VIII SECIMSEG pelo espaço de discussão e reflexão. Aos professores do PPGECiMa, o reconhecendo pela imensa colaboração e diferença que faz um mestrado profissional na vida de um professor.

V. BIBLIOGRAFIA

- J. Bergmann, A. Sams, Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem, Trad. Afonso Celso da Cunha Serra, 1. Ed., LTC, 2016.
- [2] M. L. Silva, A. Oliveira, "Ensino-aprendizagem de matemática a partir da sala de aula invertida", Anais do XVIII Encontro Baiano de Educação Matemática, 2019.
- [3] H. L. G. Honório, L. Scortegagna, "Sala de aula invertida na prática: implementação e avaliação no ensino de matemática", Anais do XXIII Workshop de Informática na Escola, 2017.
- [4] D. P. Ausubel, Aquisição e retenção do conhecimento: uma perspectiva cognitiva, Paralelo, 2003.
- [5] J. D. Novak, B. D. Gowin, Aprender a aprender, Trad. Carla Valadares, Plátano Edições Técnicas, 1996.
- [6] J. Moran, "Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda", In.: Bacich e Moran (Org.), Metodologias ativas para uma educação inovadora. Penso, 2018.
- [7] PORVIR. "Sala de aula invertida". Disponível em: https://porvir.org/sala-de-aula-invertida-2/. Acesso em: dez. 2019.
- [8] A. I. P. Gómez, Educação na era digital: a escola educativa, Penso, 2015.
- [9] E. Filho e col., Uma nova sala de aula é possível: aprendizagem ativa na educação em Engenharia, 1 Ed., LTC, 2019.