

Estudo dos Prismas: compreendendo por meio de modelos matemáticos

Cristiana Monique Feltes* e Cassiano Scott Puhl†

Resumo

Este artigo apresenta um relato de experiência sobre a aplicação de unidade didática aplicada em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual do município de Tupandi/RS, cujo objetivo foi proporcionar a compreensão das relações matemáticas que estão presentes nos prismas, por meio da modelagem matemática. Os estudantes utilizaram sua criatividade para construir modelos físicos para posteriormente analisarem-nos para definir os modelos teóricos dos respectivos prismas. A metodologia adotada é de cunho qualitativo, realizando um estudo de caso para verificar as aprendizagens desenvolvidas, para isso foram utilizados os relatos formais dos estudantes, registros fotográficos e a observação em sala de aula. A experiência realizada atingiu o objetivo estabelecido, pois os estudantes apresentaram indícios da compreensão das relações por meio da modelagem matemática, desenvolvendo uma aprendizagem ativa, em que manipularam o modelo construído, analisaram e determinaram as relações matemáticas envolvidas no estudo dos prismas.

Palavras-chave:

Prismas, modelagem matemática, aprendizagem ativa.

Study of Prisms: understanding through mathematical models

Abstract

This article presents an experience report, carried out in a third year high school class of a state school in the city of Tupandi / RS, whose objective was to provide an understanding of the mathematical relationships that are present in the prisms, through mathematical modeling. In this way, the students used their creativity to construct physical models, analyzed them to define the theoretical models present in the prisms. The methodology adopted is of a qualitative nature, carrying out a case study to verify the developed learning, for which the students' formal reports, photographic records and observation in the classroom were used. The accomplished experiment reached the established objective, since the students presented signs of the understanding of the relations through the mathematical modeling, developing an active learning, in which they manipulated the constructed model, analyzed and determined the mathematical relations involved in the study of the prisms.

Keywords

Prisms, mathematical modeling, active learning.

I. INTRODUÇÃO

A educação e o ensino têm sido amplamente discutidos nas últimas décadas, buscando caminhos para qualificar a educação brasileira, principalmente para formar cidadãos na Era do Conhecimento, por meio de tendências ou vertentes da Educação Matemática. Esse período, para Papert [1] pode ser considerado a era da aprendizagem, pela “enorme quantidade de aprendizagem que vem ocorrendo rapidamente em todo o mundo já é inúmeras vezes maior do que no passado”. Porém, o sistema educacional sofre muita resistência para alterar a sua filosofia educacional, não conseguindo se adaptar a Era do Conhecimento. Essa mudança filosófica no sistema educacional não ocorre de forma instantânea como as informações e notícias disponibilizadas na *Web*. Desse modo, prevalece na

educação o modo de ensinar que era utilizado nos séculos XIX e XX [1].

O professor, junto à escola, precisa repensar a sua prática docente, buscando meios para a compreensão dos conceitos a ser estudado, tornando os estudantes sujeitos de suas aprendizagens. Segundo Becker [2]: “Se a aprendizagem humana ocorre por força da ação do sujeito, do indivíduo concreto, ela não pode mais ser debitada ao ensino – nem dos pais, nem dos professores, nem dos governantes”. Desta forma, faz-se necessário a utilização de alguma das tendências da Educação Matemática, para que o estudante seja sujeito no processo de aprendizagem dos novos conceitos. Esse é um caminho para conseguir atingir um dos objetivos da escola, segundo Kenski [3], que é a “formação de um novo homem, autônomo, crítico, consciente de sua

*Colégio Estadual de Tupandi, Tupandi, RS; †Escola Municipal de Ensino Fundamental de São José, Bom Princípio, RS
E-mail: cristianafeltes@hotmail.com, c.s.puhl@hotmail.com.

Data de envio: 03/12/2017

Data de aceite: 22/12/2017

responsabilidade individual e social, enfim, um novo cidadão para uma nova sociedade”.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio Parte II, Matemática e suas tecnologias [4] o estudante deve “Interpretar e criticar resultados numa situação concreta. Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos. Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades. Discutir ideias e produzir argumentos convincentes”. Partindo desses objetivos, ressalta-se a busca em uma aprendizagem ativa, em que o estudante é desafiado a resolver problemas, de preferência da sua realidade ou apresentados de forma contextualizada¹.

Desta forma, optou-se por utilizar a Modelagem Matemática para proporcionar aos estudantes a compreensão das relações matemáticas que estão presentes nos prismas. Assim, os estudantes podem criar um modelo de prisma, para observar, manusear, analisar e verificar as relações matemáticas.

O presente trabalho torna-se relevante pois é sustentado por três pressupostos teóricos: o Construtivismo na reconstrução do conhecimento; a Modelagem Matemática que é uma estratégia que privilegia a realidade do estudante para a construção do conhecimento; e a Aprendizagem Ativa, pois o estudante está inserido e interagindo nos objetos de aprendizagem, tornando-se sujeitos ativos e não meros receptores de conhecimento. Assim, compartilha-se essa experiência didática para que outros professores se sintam motivados e desafiados para saírem da zona de conforto para que planejem estratégias visando a construção do conhecimento por meio de uma aprendizagem ativa.

II. REFERENCIAL TEÓRICO

A Matemática ou outro conhecimento científico são considerados pelos estudantes, e possivelmente por boa parte da população como um saber absoluto, algo que está definido e que sempre será verdade. Porém, as teorias científicas não são saberes absolutos, sendo possíveis de serem reconstruídos pelos estudantes, conforme é proposto por Pozo e Crespo [6], ao afirmar que: “Aprender ciências deve ser, portanto, um exercício de comparar e diferenciar modelos, não de adquirir saberes absolutos e verdadeiros”.

Uma tendência para alterar esse modo de ensinar ou do estudante aprender é por meio da modelagem matemática. Barbosa [7] apresenta um argumento para se proporcionar atividades que envolvam o estudante no processo de sua aprendizagem ao afirmar que: a “Modelagem pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática, o que me parece ser uma contribuição para alargar as possibilidades de construção e consolidação de sociedades democráticas”.

Mas, não é um processo simples fazer a transição de um ensino por meio da oralidade para a modelagem, um indício dessa situação é que não existe uma única definição para modelagem matemática. Segundo Klüber e Burak [8] existem, ao menos, quatro concepções distintas, elaboradas por Burak, Biembengut, Caldeira e Barbosa.

Burak [9] entende a modelagem matemática como um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”. Seguindo essa definição, a modelagem matemática é um meio para compreender um fenômeno ou resolver um problema do estudante, sendo necessária a construção de um modelo.

Biembengut [10] define que modelagem é “o processo que envolve a obtenção de um modelo”, sendo a modelagem matemática o processo que interliga a matemática a realidade. Desta forma, a resolução de um problema, também, é crucial para realizar a modelagem segundo essa concepção.

Barbosa [11] assume que a “modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”. Novamente, a resolução de um problema está presente, mas diferente dos outros dois autores, Barbosa prefere a utilização de problemas da realidade dos estudantes, mas aceita também a utilização de situações fictícias.

Diferente dos demais, Caldeira [12] utiliza a modelagem como um sistema de aprendizagem, que pode “oferecer aos professores e alunos um sistema de aprendizagem como uma nova forma de entendimento das questões educacionais da Matemática”. Desta forma, essa concepção de modelagem busca criar um ambiente dinâmico e investigativo.

Nesse trabalho, optou-se por utilizar a definição de Caldeira, pois não se explorou a resolução de um problema da realidade dos estudantes e nem um problema fictício. Organizou-se uma estratégia de aprendizagem ativa para que o estudante criasse um modelo de prisma para compreender as relações matemáticas presente nele.

Se comparadas as quatro concepções de modelagem, a de Caldeira aparenta ser menos complexa, pois não envolve necessariamente a resolução de problema, mas a criação de um sistema de ensino para determinado conteúdo por meio de modelo. Por meio dos modelos matemáticos, se criará objetos de aprendizagem para que o estudante assimile e acomode os novos conhecimentos nos esquemas mentais. Burak [13] expõe que “a construção dos modelos matemáticos que, embora simples, se constituem em momentos privilegiados e ricos para a formação do pensar matemático”, assim a ideia de modelo consiste na representação de algum elemento ou fenômeno.

A modelagem matemática pode ser explorada em qualquer nível de ensino, proporcionando com que o estudante se torne realmente sujeito no processo de aprendizagem, construindo as estruturas de assimilação para que os novos conhecimentos tenham significado e se acomodem na mente do estudante [2]. Portanto a modelagem matemática e a aprendizagem ativa possuem características em comum, principalmente o papel ativo do estudante, pois, segundo

¹ Para o censo comum, realidade e contexto podem ser considerados sinônimos, mas a realidade de cada indivíduo é singular, segundo Damásio [5]: “Não se pode dizer o que é realidade absoluta, já que as diversas imagens (perceptivas, evocadas a partir de um passado real e evocadas a partir de planos para o futuro) são construções do cérebro, sendo reais para quem as têm”. Nesse sentido a realidade é individual, já o contexto é um lugar compartilhado e aceito pelos indivíduos que fazem parte.

Becker [2], “aprende-se porque se age para conseguir algo e, em um segundo momento, para se apropriar dos mecanismos dessa ação primeira. Aprende-se porque se age e não porque se ensina, por mais que o ensino possa colaborar com essa atividade”, ou seja, precisa planejar atividades em que o estudante aja cognitivamente para compreender os conceitos, e a modelagem matemática é um meio para atingir esse objetivo.

III. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O foco deste trabalho foi a análise do comportamento dos estudantes frente a modelagem matemática, em especial, na compreensão das relações matemáticas por meio dos modelos construídos. Assim, a pesquisa é de cunho qualitativo, pois para Bortoni-Ricardo [14], a pesquisa qualitativa na área da educação tem o objetivo de construir e aperfeiçoar a didática, o ambiente escolar e os espaços de aprendizagem dos estudantes.

Deste modo, optou-se pela metodologia da pesquisa-ação, pois o pesquisador (professor) está inserido no contexto estudado, em que, além de observar, compreender os fenômenos estudados, ele intervém, provocando mudanças, em algum grau. Segundo Borba e Araújo [15]: “A denominação pesquisa-ação tem sido utilizada com frequência para fazer referência a uma modalidade de pesquisa de intervenção na prática. A pesquisa-ação, nesse sentido, é um processo investigativo de intervenção em que caminham juntas prática investigativa, prática reflexiva e prática educativa. Ou seja, a prática educativa, ao ser investigada, produz compreensões e orientações que são imediatamente utilizadas na transformação dessa mesma prática, gerando novas situações de investigação”.

Para a compreensão do fenômeno estudado foram utilizados alguns instrumentos de coleta de dados, como: a observação participante, registro fotográfico e conversas informais. Esses instrumentos serviram de subsídio para mostrar indícios que os objetivos estabelecidos foram atingidos.

IV. DESENVOLVIMENTO E RESULTADOS

No planejamento da proposta pretendia-se atingir alguns objetivos, como:

- Reconhecer e definir as propriedades de um prisma;
- Estabelecer conexão entre as propriedades da geometria plana e da geometria espacial;
- Desenvolver a visão geométrica de objetos tridimensionais;
- Associar os prismas à sua forma de representação planificada;
- Compreender o conceito de volume de um sólido;
- Calcular a área de superfície e o volume de prismas;
- Identificar as relações geométricas relevantes na resolução de situações-problemas;
- Trabalhar de forma cooperativa, trocando ideias e conjecturas, principalmente na resolução das situações-problemas;
- Construir um modelo matemático e sintetizar o conhecimento matemático desenvolvido.

Visando atingir os objetivos estabelecidos, as atividades foram organizadas em grupos, para favorecer a interação, o diálogo e a compreensão dos conceitos abordados. Assim, faz-se com que o estudante seja sujeito ativo, construindo as

estruturas assimilação para a acomodação na estrutura cognitiva.

A proposta foi aplicada em uma turma de terceiro ano do ensino médio de uma escola estadual no município de Tupandi/RS no ano de 2017. Iniciou-se organizando os estudantes em grupos, em seguida foram mostrados alguns prismas para que identificassem as características comuns entre os prismas mostrados, como também as diferenças entre uma figura plana e um sólido geométrico.

Essa atividade tinha o objetivo que os estudantes percebessem que os prismas possuem duas bases iguais, e que as faces laterais eram formadas por retângulos. Por meio dessa identificação, definiu-se o conceito de prismas, como também se descreveu suas principais características e propriedades.

Seguindo a atividade foi solicitado que os estudantes trouxessem caixinhas, servindo como um modelo de prisma, desafiando-os a determinar a área total do mesmo. Diferente das figuras planas, que geralmente é necessário um cálculo (um algoritmo), nos prismas é necessário que o estudante calcule a área de cada face. Assim, tinha-se a hipótese que os estudantes não tivessem dificuldades em determinar a área total. Após lançar o desafio, levantou-se a hipótese de realizar a planificação da caixinha, para facilitar a visualização de todas as faces, facilitando o processo da determinação da área total, como mostra a Figura 1. Assim, os estudantes puderam concluir que os sólidos geométricos são formados por figuras planas, e que para determinar a área total é necessário calcular as áreas individuais e somá-las em seguida.

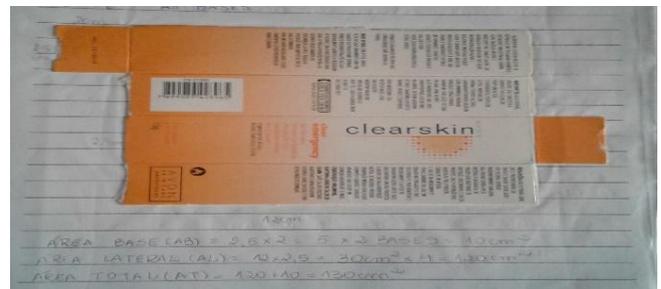


Fig. 1: Caixinha/prisma planificado com medidas e cálculo da área total.

Na sequência explanou-se de forma dialogada o conceito de volume, de forma que os estudantes compreendessem que o volume do prisma é formado pela pilha de sucessivas faces iguais (bases). Deste modo, para determinar o volume de um prisma qualquer, um fator importante é a altura, pois seu volume é determinado pela multiplicação da área da base pela altura do prisma (Figura 2). Esse modo de abordar é conhecido como o princípio de Cavalieri que apresenta: “Dados dois sólidos incluídos entre um par de planos paralelos, se todo plano paralelo ao par de planos e que intersecta os sólidos, o faz em seções cujas áreas estão sempre na mesma razão, então os volumes dos sólidos também estão nessa mesma razão”. Como os estudantes concluíram, anteriormente, que uma característica dos prismas é que eles possuem sempre a mesma seção, logo o princípio poderia ser aplicado.

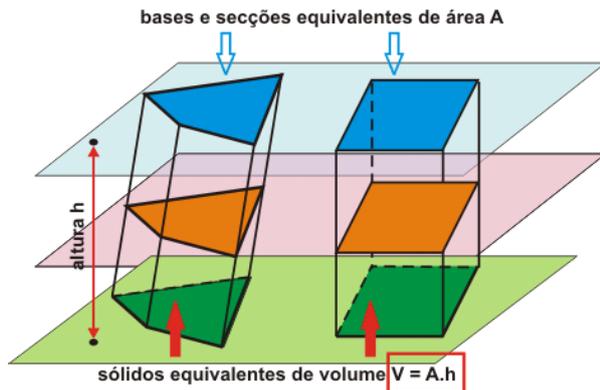


Fig. 2: Exemplificação do princípio de Cavalieri.

Além do conceito de volume, buscou-se aproveitar e relembrar o conceito de diagonal, destacando as diagonais de cada face, mas também as do prisma. Até o presente momento, o conhecimento matemático ficou limitado a situações abstratas, não sendo abordado um ensino contextualizado que a geometria possui grande potencial, conforme é abordado por Brito e Filho [16]: “A geometria, apesar de ser uma matéria de caráter abstrato, seus conceitos e resultados tem origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida diária: na indústria, no comércio e na área tecnológica”. Desta forma, para dar significado ao estudo de prismas, elaborou-se uma lista de situações-problemas para serem resolvidas pelos estudantes, percebendo algumas das suas possíveis aplicações no mundo real.

Para concluir o estudo de prismas e analisar o conhecimento construído pelos estudantes, realizou-se a confecção de modelo matemático de um prisma, podendo ser de base: quadrangular, retangular e hexagonal (Figura 3).



Fig. 3: Modelos de prismas construídos pelos estudantes

Cada estudante deveria construir o seu prisma, como também representar uma diagonal de uma base e do prisma, e entregar um relatório com os cálculos da área total, do volume e da medida da diagonal do prisma (Figura 4). Para divulgar a criatividade dos estudantes, os modelos foram expostos na secretária da escola.

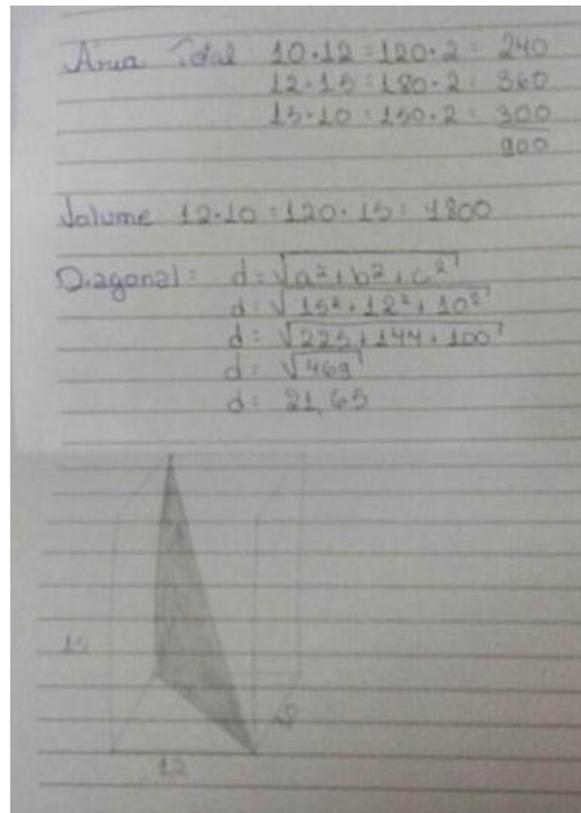


Fig. 4: Relatório entregue por um estudante.

Essa avaliação proposta não é a mais comum nas escolas, que a realização de provas tradicionais, em que segundo Moretto [17]: “O aluno deve devolver ao professor o que dele recebeu e de preferência exatamente como recebeu, o que Paulo Freire chamou “educação bancária”. Assim, concorda-se também com Pozo e Crespo [6] que afirmam que: “Aprender não é fazer fotocópias mentais do mundo, assim como ensinar não é enviar um fax para a mente do aluno, esperando que ele reproduza uma cópia no dia da prova, para que o professor a compare com o original enviado por ele anteriormente”. Seguindo esses princípios, criou-se uma avaliação individualizada, em que os estudantes tinham que construir, medir e calcular seus respectivos prismas, não sendo possível a cópia e nem a reprodução daquilo que foi abordado em aula.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este relato apresenta uma estratégia para o ensino e aprendizagem dos prismas em sala de aula por meio da Modelagem Matemática, na perspectiva de Caldeira [12], em que a modelagem matemática é considerada um sistema de ensino, favorecendo a criação de um ambiente investigativo.

Além disso, buscou-se contemplar atividades que os estudantes fossem sujeitos ativos, que construíssem estruturas de assimilação para a compreensão dos conceitos estudados. Para proporcionar um ambiente propício para a aprendizagem ativa, os estudantes desenvolveram as atividades em grupos, trocando saberes e construído conhecimento, mediado pelo professor. Além de utilizar estratégias similares para a compressão de características de outros sólidos geométricos, como os poliedros, pois por meio da planificação, os estudantes são levados a não cometer alguns erros comuns, como de utilizar a medida altura de tetraedro regular no lugar da medida do apótema

para calcular a área da face.

Somente atividades investigativas abstratas não são suficientes para ensino da geometria, pois a geometria esta presente em todos os meios, e perceber e aplicar o conhecimento em outras áreas de conhecimento torna aprendizagem mais significativa. Assim, permitiu-se que os estudantes criassem hipóteses e estratégias para a resolução das situações-problemas. A estratégia apresentada atinge parcialmente uma característica da modelagem matemática de Baruk [9], que a compreende como um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões”. Esse é um aspecto a aperfeiçoar para uma próxima aplicação da estratégia, abordar a resolução de situações-problemas ou da realidade dos estudantes, antes definir alguns conceitos, assim, a modelagem se torna um método mais relevante para a construção do conhecimento.

Os estudantes demonstraram satisfação na construção do modelo de um prisma, como também, desenvoltura na realização dos relatórios. Assim, tem-se a convicção que por meio da estratégia didática apresentada, os estudantes construíram estruturas de assimilação e acomodaram o novo conhecimento na sua estrutura cognitiva, pois todas as atividades previam a participação ativa do estudante. Por fim, espera-se ter apresentado uma estratégia didática que possa ser adaptada ou aperfeiçoada para ser replicada em outras escolas, permitindo a construção do conhecimento num grupo de estudantes e a avaliação totalmente individualizada.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem aos organizadores do VI SECIMSEG pelo espaço de discussão e reflexão disponibilizado.

VI. BIBLIOGRAFIA

- [1] S. Papert. *A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática*. Edição revisada. Porto Alegre: Artmed, 2008.
- [2] F. Becker. *Educação e construção do conhecimento: revista e ampliada*. 2. Porto Alegre: Penso, 2015.
- [3] V. M. Kenski. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. 3.ed. Campinas, SP: Papirus, 2006.
- [4] Brasil. *Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática e suas tecnologias parte II, ensino médio*. Brasília: Ministério da Educação, 2000.
- [5] A. Damásio. *O erro de Descartes: emoção, razão e o cérebro humano*. São Paulo: Cia. das Letras, 1996.
- [6] J. I. Pozo and M. A. G. Crespo. *A aprendizagem e o ensino de ciências: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico*. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- [7] J. C. Barbosa. Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva*, v. 27, 2003, p. 65-74.
- [8] T. E. Klüber and D. Burak. Concepções de Modelagem Matemática: Contribuições teóricas. In: *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v. 10, n. 1, 2008. p. 17-34.
- [9] D. Burak. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: *Encontro paranaense de modelagem em Educação Matemática*, 1, 2004, Londrina. Anais... Londrina: UEL, 2004.
- [10] M. S. Biembengut. *Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática*. Blumenau: Furb, 1999.
- [11] J. C. Barbosa. Modelagem Matemática na sala de aula. In: *VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Pernambuco: UFPE, 2004
- [12] A. D. Caldeira. Modelagem matemática na formação do professor de matemática: desafios e possibilidades. In: *ANPED SUL*. Curitiba: UFPR, 2004.
- [13] D. Burak. *Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. (Tese). Campinas: Unicamp, 1992.
- [14] S. M. Bortoni-Ricardo. *O professor pesquisador: introdução à pesquisa*

qualitativa. São Paulo: Parábola, 2008.

- [15] M. de C. Borba and J. de L. Araújo (Org.). *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. 5.ed. rev. e ampl. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- [16] K. L.V. Brito and J. B. Filho. *O Aprendizado da Geometria Contextualizada no Ensino Médio*. (Monografia). Goiás: Instituto de Ensino Superior de Goiás, 2006.
- [17] V. P. Moretto. *Prova: um momento privilegiado de estudo, não um acerto de contas*. 7.ed. Rio de Janeiro, RJ: Lamparina, 2007.