

Material Potencialmente Significativo no Ensino de Geometria Analítica

Kelly Pastorello*, Rafaela Regina Fabro*, Isolda Gianni de Lima* e Laurete Zanol Sauer*

Resumo

Este artigo apresenta uma proposta pedagógica, elaborada e aplicada durante o Mestrado Profissional de Ensino de Ciências e Matemática, com o objetivo de construir uma dinâmica para a aprendizagem significativa de Geometria Analítica, buscando relacionar, com diferentes atividades, a Geometria e a Álgebra para produzir não apenas significados, mas também a construção de novos conceitos. A proposta está embasada na Teoria de Aprendizagem Significativa e parte da ideia de que o aluno deve ser o condutor de sua aprendizagem, sendo capaz de desenvolver o próprio conhecimento e tendo o educador o papel de mediador do processo. A proposta teve como princípio a estruturação de um material potencialmente significativo para a construção do conhecimento, com atividades de aprendizagem apoiadas por softwares matemáticos (GeoGebra e GrafEc), com o propósito de investigar possíveis contribuições, possibilidades, desafios e limitação da utilização dessas tecnologias como mediadoras de práticas pedagógicas com foco na aprendizagem significativa.

Palavras-chave

Aprendizagem Significativa; Geometria Analítica; Softwares Matemáticos.

Potentially Significant Material in Teaching Analytical Geometry

Abstract

This article presents a proposal elaborated and applied during the Professional Master of Science and Mathematics Teaching whose objective was to build a dynamic for the meaningful learning of Analytical Geometry, seeking to relate, through different activities, geometry and algebra bringing not only meanings, but the construction of new concepts. The proposal is supported by Meaningful Learning Theory and starts from the idea that the student should be the driver of his learning, being able to develop his own knowledge and having the educator as a mediator of the process. The proposal sought to work with a Potentially Meaningful material developed by the authors in order to facilitate the process of knowledge construction and to carry out activities involving mathematical software (GeoGebra and GrafEc), with the purpose of investigating the possible significant contributions in the use of these technologies, also trying to evaluate possibilities, challenges and limitations in the use of these resources.

Keywords

Meaningful Learning; Analytical Geometry; Mathematical Software.

I. INTRODUÇÃO

Em nossas escolas, percebem-se, muitas vezes, os alunos desmotivados frente à aprendizagem, especialmente quando os professores desenvolvem as aulas somente de forma expositiva e, por vezes, sem o cuidado de promover sentido para as aprendizagens e utilizando, basicamente, o livro didático e a resolução de exercícios modelos para serem praticados. Com relação ao conteúdo de Geometria Analítica, é muito comum que se torne complexo para os alunos, devido à forma com que o mesmo é abordado. São poucos os professores e, ainda menos, os alunos que conseguem relacionar conteúdos geométricos com expressões algébricas, e o uso de softwares matemáticos

pode auxiliar nessa dificuldade. Muitos alunos acham que não tem utilidade os processamentos que são efetuados para produzir as respostas que procuram e essas parecem ser mais importantes que as estratégias de resolução.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais [3]:

[...] tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (p. 38) [3].

* Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, RS.
E-mails: kelly@vulcanochapas.com.br, rafafabro@yahoo.com.br, iglima1@gmail.com, lzsauer2@gmail.com

Data de envio: 24/11/2017
Data de aceite: 22/01/2018

Com base nesta problemática, busca-se com esta proposta relacionar, através de atividades práticas, a Geometria e a Álgebra na construção de conceitos. Conforme BRASIL [4]:

O trabalho com a geometria analítica permite a articulação entre geometria e álgebra. Para que essa articulação seja significativa para o aluno, o professor deve trabalhar as duas vias: o entendimento de figuras geométricas via equações, e o entendimento de equações, via figuras geométricas. A simples apresentação de equações sem explicações fundadas em raciocínios lógicos deve ser abandonada pelo professor. Memorizações excessivas devem ser evitadas [...] (p.77) [4].

Este artigo torna-se relevante, pois relata resultados originais apresentados pelos estudantes do 3º ano do Ensino Médio, onde apresenta o desenvolvimento das competências e habilidades, onde o estudante contesta, discute e apresenta soluções na construção do próprio conhecimento. Para tanto, no presente artigo encontram-se algumas atividades desenvolvidas para o ensino da Geometria Analítica, mais especificadamente do estudo da equação da reta e a da circunferência, com uso de softwares matemáticos. Através destas atividades, visa-se à interpretação, resolução e aplicação dos conceitos abordados, buscando promover a aprendizagem significativa, com base nas ideias de Ausubel [1] e de Moreira [2].

As atividades, consideradas de suma importância para o desenvolvimento cognitivo do estudante, assim como para a construção do conhecimento, se baseiam na aprendizagem significativa, sendo que essas são as condições fundamentais para que ocorra a aprendizagem. Algumas situações vividas no dia a dia requerem o uso da Geometria de forma mais intensa, outras menos, mas frequentemente a usamos, ainda que sem perceber. Dessa forma, com uso de software, busca-se aprimorar aprendizagens desenvolvidas anteriormente, e num contexto interdisciplinar, traçando um paralelo com o dia a dia do estudante, e fazendo com que o mesmo compreenda a importância da Geometria na sua vida.

II. REFERENCIAL TEÓRICO

A teoria desenvolvida por Ausubel [1] explica o processo de aprendizagem como um processo em que o ser humano compreende, transforma, armazena e usa as informações, aprende a partir daquilo que já sabe; por isso a importância de o professor valorizar o conhecimento prévio dos alunos, para promover a aprendizagem com sentido do que é aprendido, o que só pode acontecer quando se estabelecem elos entre o novo e que já existe como conhecimento e estrutura cognitiva.

De acordo com o Ausubel [1], o conteúdo a ser aprendido deve primeiramente fazer algum sentido para o aluno. Sendo assim, o conhecimento prévio do estudante é a ponte para a construção de um novo conhecimento, por meio da reconfiguração das estruturas mentais existentes ou da elaboração de outras. Quando o aluno reflete sobre um conteúdo novo, atribuindo-lhe significado, esse torna mais complexo o conhecimento prévio.

Moreira [2], seguidor das ideias de Ausubel [1], considera

que a aprendizagem significativa realmente ocorre quando o novo conhecimento se incorpora às estruturas de conhecimento do aluno, assumindo significado para ele com base nos conhecimentos já existentes. Ao não se favorecer a atribuição de significado na aprendizagem, essa deixa de ser significativa e passa a ser mecânica, sendo o novo conteúdo somente memorizado. As Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) propostas por Moreira [2] são uma possibilidade para a construção de materiais potencialmente significativos, materiais esses, que devem, primeiramente, fazer sentido ao estudante (auxiliar na compreensão do conteúdo) além de serem bem organizados e planejados para terem um desencadeamento lógico, em grau crescente de complexidade e de aprofundamento de conceitos, de modo a promoverem a diferenciação progressiva, enquanto a ideia ampla se estrutura num processo de reconciliação integradora.

Além disso, para que ocorra uma aprendizagem significativa é necessário que o aluno esteja disposto a aprender, tendo significado para ele o conteúdo escolar a ser aprendido. Sendo assim, é imprescindível que a Geometria Analítica pertença a um campo de interesse do aluno.

A apropriação de saberes e conhecimentos, mediada pelo processo de ensino e aprendizagem se dá na interação do sujeito consigo mesmo, com outros sujeitos e com os objetos do conhecimento. O sujeito, ao aprender, incorpora aos conhecimentos preexistentes um novo saber, que se integra em uma rede ampla de significados, provocando a transformação, isto é, a aprendizagem significativa. Aprender significativamente implica refletir, (re)elaborar, construir em pensamento e resolver problemas. Dessa forma, o conhecimento será construído pelos alunos em interação com os materiais potencialmente significativos. O aluno participa ativamente do próprio aprendizado, mediante experimentação, discussões e pesquisa, individualmente e em grupo; ações que desenvolvem habilidades e a capacidade de reconhecer e aplicar conceitos aprendidos para resolver os problemas.

Nesse contexto, o educando é o condutor da sua aprendizagem e não mero receptor de informações. Ensinar e aprender são ações compartilhadas entre educador e educando, que acontecem através da dinâmica contínua que se estabelece entre os significados que o educador possui e as significações que o educando traz.

Diante dessas considerações, apresenta-se a proposta pedagógica, que foi estruturada como uma UEPS, em que se propõe o estudo de Geometria Analítica, integrando Geometria e Álgebra de forma diferenciada apresentada também por Berti [7], sendo o aluno o construtor do próprio conhecimento e o professor um mediador desse processo.

III - PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A proposta, aqui apresentada, foi aplicada em uma turma, com 25 estudantes de 3º ano de Ensino Médio de uma escola pública de Ensino Médio do município de Farroupilha, e demandou 12 períodos de aula para a sua execução.

A UEPS tem como objetivo promover a aprendizagem significativa de conceitos de Geometria Analítica, e foi

organizada na forma de orientações escritas, na forma de uma conversa com o estudante, que tinha condições de ler, realizar, refletir e concluir, tendo a intervenção da professora apenas em momentos de dificuldades que impedem a realização de alguma atividade ou seguir avançando no texto. Nisso buscou-se elaborar a UEPS como um material potencialmente significativo, dando ao aluno o papel de agente principal e autônomo como construtor do seu próprio conhecimento.

Ensinar e aprender Geometria de forma dinâmica requer o estudo com base em recursos didáticos, neste caso, digitais, ou seja, que propiciam dar movimento aos objetos a partir de construções gráficas.

Dentre as atividades da UEPS, duas delas são propostas com uso de softwares matemáticos, uma com o GeoGebra [5] e, a seguir, outra com o GrafEc [6]. A opção por esses softwares deu-se por serem adequados ao estudo proposto e por se tratarem de softwares livres que podem ser pré-instalados nos computadores das escolas. Com ambos é possível é construir gráficos e promover um trabalho com três formas de linguagem matemática: gráfica, algébrica e numérica. Além disso, permite construir e modificar as figuras geométricas e visualizar equações nas suas representações algébricas, auxiliando o estudante a atribuir significados para uma boa compreensão dos conceitos da Geometria Analítica.

Para a primeira das duas atividades, que são destacadas neste artigo, é proposta a construção de conceitos referentes ao estudo da reta, com a identificação dos coeficientes angular e linear, das equações geral e reduzida, ponto médio de um segmento, distância entre dois pontos, ponto de intersecção entre duas retas, ângulo formado entre duas retas e área de um triângulo.

Cada aluno recebe um conjunto de atividades e orientações, por meio do quais estabelece uma “conversa”, em que o estudante é conduzido a construir, observar, relacionar, comparar e refletir sobre os entes geométricos, algébricos e numéricos representados, dos quais derivam os conceitos a serem aprendidos.

Na Figura 1 é apresentada a primeira atividade proposta com o GeoGebra.

ATIVIDADE 1

1- No GeoGebra, construa o gráfico das seguintes Equações de Reta no mesmo Plano Cartesiano:

a) $y = 2x$	e) $y = 2x - 1$
b) $y = 2x + 1$	f) $y = 2x - 2$
c) $y = 2x + 2$	g) $y = 2x - 3$
d) $y = 2x + 3$	

O que podemos concluir observando o coeficiente linear dessas Equações de Reta?

2- No GeoGebra, construa o gráfico das seguintes Equações de Reta:

a) $y = x$	e) $y = 1/2x$
b) $y = 2x$	f) $y = 1/3x$
c) $y = 3x$	g) $y = 0,25x$
d) $y = 4x$	

O que podemos concluir observando o coeficiente angular dessas Equações de Reta?

Fig.1: Atividade proposta com uso do software GeoGebra. Elaboração das professoras, 2017.

Na segunda atividade, é proposta a construção de bandeiras com o software GrafEq. Na aplicação da atividade, num primeiro momento, os alunos receberam a imagem da bandeira do estado da Bahia, e solicitou-se que a representassem no plano cartesiano.

O GrafEq é um software de representação de equações e inequações, definidas em coordenadas cartesianas ou polares. Assim, com os recursos disponíveis, é possível esboçar curvas e regiões no plano cartesiano, o que permite a construção da bandeira da Bahia.

Para a realização desta atividade, os alunos recebem um material com sugestões e pequenas dicas que auxiliam na exploração do software, liberando-os de dificuldades tecnológicas para que direcionem o pensamento para a construção da bandeira, o que implica relacionar equações e representações geométricas correspondentes.

Após a construção da bandeira da Bahia, na proposta da UEPS, os alunos ficam liberados para escolher outra(s) bandeira(s), tendo como única condição que, ao menos, uma bandeira contenha alguma circunferência. A partir das bandeiras, em outra etapa da UEPS, é sugerido um trabalho interdisciplinar, compartilhando com Geografia, para a busca informações sobre um país ou estado cuja bandeira foi construída, ou com Artes, desafiando os alunos a fazerem a releitura de alguma(s) obra(s) de arte que contém figuras geométricas, como por exemplo, as famosas obras de Herbin, uma delas mostrada na Figura 2.



Fig.2: Atividade interdisciplinar, com Geografia e com Artes. Elaboração das professoras, 2017.

Reafirma-se a importância da inserção de desafios, de conteúdos relacionados com a Geometria Analítica, pois têm potencial para proporcionar o ensino e a aprendizagem de forma dinâmica e atrativa.

IV. RESULTADOS

A UEPS integrou uma série de atividades, algumas descritas anteriormente e outras que merecem uma atenção, que será dada nesta seção, com algumas discussões e resultados obtidos com a aplicação da proposta. No decorrer da aplicação, as professoras realizaram registros fotográficos e anotações em um diário de bordo, para uma análise e avaliação de resultados, alguns dos quais são destacados a seguir.

As primeiras atividades foram realizadas com o software GeoGebra através do aplicativo para celular, que os alunos instalaram. Apenas dois alunos não possuíam celular, o que

não comprometedor, visto que todas as atividades foram realizadas em duplas.

Para a construção da bandeira é desenhá-la no plano cartesiano, os alunos foram orientados a inserirem a imagem e, a partir da relação entre linhas e o sistema cartesiano, foram definindo as equações das retas e os limites dos intervalos, de modo a terem os segmentos que formam a bandeira, como é mostrado na Figura 3.

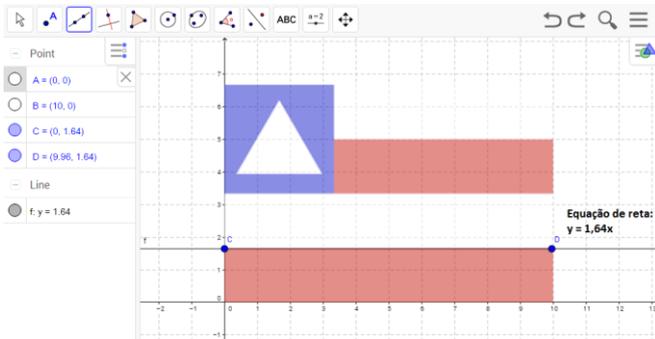


Fig.3: Bandeira da Bahia representada com o software GeoGebra. Elaboração das professoras, 2017.

Durante a construção, além das orientações escritas, os alunos foram sendo questionados pelas professoras (Figura 4) ou as questionavam, quando necessário, para que todos tivessem condições de construir a bandeira.

Professora: - Qual o intervalo em que a função está definida no eixo das abscissas?
Aluno 1: - Profe, pelo desenho o x varia de 0 a 10.
Professora: - Ótimo, e para o eixo das ordenadas?
Aluno 2: - Profe, aí tem que olhar o y. Ele varia de 0 a perto de 2.
Professora: - Perto de 2? Não tem como me afirmar esse valor?
Aluno 1: - Tem sim profe! Se a equação da reta é $y = 1,64x$, então o eixo y varia entre 0 e 1,64.

Fig.4: Extrato de um diálogo com os alunos para a definição dos limites dos intervalos. Acervo das professoras, 2017.

Definidos os intervalos, os estudantes foram orientados construírem, no GrafEq, o primeiro “passo” da bandeira. Os mesmos mostraram-se surpresos ao ver que a construção estava correta.

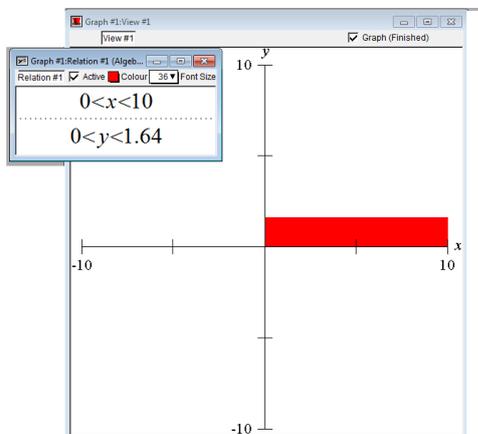


Fig.5: Bandeira da Bahia representada no GrafEq - Primeira parte.

Uma das duplas (Figura 6), no entanto, mostrou

desapontamento ao perceber que a deles não estava igual à dos colegas:

Aluno 4: - Professora, a nossa deu errado.
Professora: - O que teve de errado?
Aluno 4: - Olha, o nosso “retângulo” ficou para cima e não para baixo.
Professora: - Mas se ele “ficou para cima” o que houve de errado?
Aluno 5: - Profe, eles colocaram o y maior que 1,64 por isso que ficou para cima. Tem que ser menor!
Aluno 4: - Verdade, se eu trocar dá certo, olha!

Fig.6: Uma troca de ideias para ajustes necessários. Acervo das professoras, 2017.

Nessas situações, identifica-se a real importância do uso de softwares, pois não foi necessária a correção da professora, o próprio estudante percebeu o erro e com facilidade corrigiu, identificando um equívoco na interpretação dos sinais de maior e menor, muito comum nos alunos.

Após avançar alguns passos, os alunos precisaram demarcar o triângulo que faz parte da bandeira, novamente com o auxílio do GeoGebra (Figura 7), para identificar as equações de reta e os intervalos das mesmas.

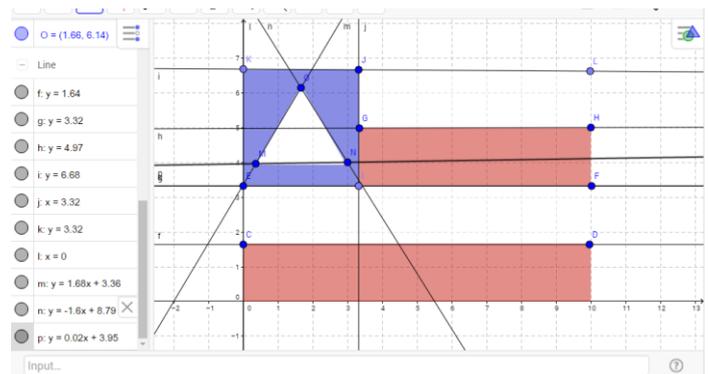


Fig.7: Bandeira da Bahia representada no GeoGebra para a identificação de pontos e equações de reta. Acervo das professoras, 2017.

Com relação às equações das retas, os alunos não apresentaram dificuldades. O GeoGebra determina as equações tão logo sejam demarcados dois pontos. Ainda assim, foram questionados sobre o sentido das equações e a veracidade do que representavam. Ao determinar os intervalos, alguns questionamentos (Figura 8) foram auxiliaram a compreender como deveriam ser.

Aluno 3: - Professora, a equação de reta foi fácil, mas agora o intervalo está difícil!
Professora: - Difícil porquê?
Aluno 3: - Porque nessa reta aqui de baixo, é para cima do 4 aí ok. Mas essas duas outras é dessa reta para baixo.
Professora: - Mas se tu está me dizendo que é da reta para baixo, será maior ou menor?
Aluno 3: - Para baixo é menor né profe!
Professora: - Então como será que conseguimos escrever que é desta reta para baixo?
Aluno 3: - É só por y menor que a reta profe?
Professora: - Será? Que tal tentar para verificar se dá certo?

Fig.8: Compreendendo limites de intervalos que definem lados do triângulo da bandeira da Bahia. Acervo das

professoras, 2017.

Após algumas tentativas no GeoGebra, um aluno apresenta a seguinte solução correta.

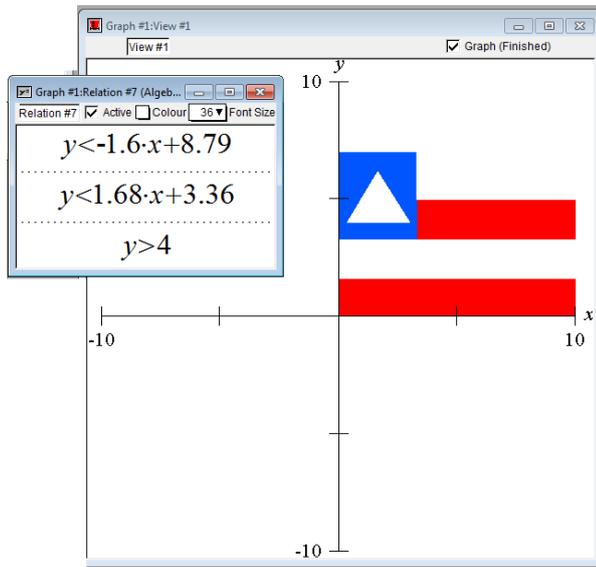


Fig.9: Bandeira da Bahia representada no GrafEq. Acervo das professoras, 2017.

Ao analisar as discussões ocorridas durante a realização das atividades, o envolvimento dos alunos e os resultados obtidos, percebe-se que a aprendizagem foi construída pelo próprio estudante, fazendo conjecturas, testando-as, questionando, respondendo perguntas feitas e demonstrando em cada etapa a evolução na compreensão dos conceitos. Aos poucos, cada nova ideia ia sendo complementada e aprimorada em pensamento, como explica Ausubel [1] ser a diferenciação progressiva. A conquista das construções demonstra a integração de conhecimentos num todo, ampliado e aprofundado, com novos conceitos e aprimoramentos de conhecimentos que já existiam, configurando-se como um processo de reconciliação integradora. Ausubel [1]. Neste percurso, entende-se a proposta da UEPS como colaboradora da aprendizagem significativa.

A aprendizagem significativa consiste em proporcionar ao estudante, condições para que ele pense e compreenda o conteúdo que está sendo trabalhado; sendo assim, acreditamos que se o professor busca provocar a aprendizagem, ele deve planejar a sua aula, levando em conta a elaboração de situações de aprendizagem que instiguem o estudante a vivenciar a busca, a exercitar as possibilidades de resposta e, principalmente, a desenvolver seu pensamento na direção da compreensão.

A UEPS, como estratégia pedagógica, está fundamentada no fato de ser uma proposta de sequência didática que promove a aprendizagem significativa, utilizando-se de distintas estratégias de ensino e da participação ativa do estudante.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebeu-se, ao longo da aplicação da UEPS, que os alunos realizaram conjecturas, criando estratégias de

resolução, testando hipóteses e sistematizando, com a mediação do professor, tudo que aprenderam com a realização das atividades. Entende-se que o desenvolvimento cognitivo do educando está diretamente vinculado às ações metodológicas que proporcionam a diversidade de materiais e de situações de aprendizagem, para que o aluno não apenas aprenda progressivamente conceitos matemáticos, mas para contribuir para que o mesmo evolua em suas capacidades de raciocínio, análise, visualização e interpretação.

Por meio das atividades elaboradas, conclui-se que a adoção de novos rumos na educação é imprescindível para que se alcancem resultados satisfatórios com relação ao interesse e participação dos alunos e na qualidade da aprendizagem como forma de garantir uma formação integral dos alunos.

Os conhecimentos propostos ao ambiente escolar precisam estar em relação no processo de ensino e aprendizagem e atender as demandas da educação, que requer, sugere e indica a integração, na escola, do cotidiano do aluno.

Desta forma, a UEPS aqui apresentada constitui-se como alternativa para a prática pedagógica de educadores interessados em criar ambientes de aprendizagem com potencial para aprendizagem significativa, pratica essa também apresentada por Nuncio [8] e Feltes [9] cuja experiência mostra-se bastante reveladora.

VI. AGRADECIMENTOS

As autoras agradecem aos organizadores do VI SECIMSEG pelo espaço de discussão e reflexão disponibilizado e às professoras Isolda Giane Lima e Laurete Teresinha Zanol Sauer pelas sugestões e orientações que enriqueceram o trabalho.

VII. BIBLIOGRAFIA

- [1] D. P., AUSUBEL. *A aprendizagem significativa*. Moraes, SP, 1982.
- [2] M. A. MOREIRA. M. SALZANO. *Aprendizagem significativa: a Teoria de David Ausubel*. Ed. Centauro. SP, 2011.
- [3] BRASIL-MEC. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- [4] BRASIL-MEC. Secretaria de Educação Básica. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. V. 2, Brasília: MEC/SEF, 2006.
- [5] GEOGEBRA. Disponível em: <https://www.geogebra.org/material/show/id/124609> Acesso em 22 de setembro de 2017.
- [6] GRAFEQ. Disponível em: <http://www.peda.com/grafeq/> Acesso em 22 de setembro de 2017.
- [7] Berti, Juliana Pereira. SAUER, Laurete Teresinha Zanol. Fazer e Compreender a Geometria Analítica utilizando o Software Geogebra. *Scientia Cum Industria*. V. 3, N. 3, 120 — 122, 2015.
- [8] NUNCIO, Ariane Pegoraro. Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para o Corpo Humano no Ensino de Ciências. *Scientia Cum Industria*, V.4, N.4, 212—215, 2016.
- [9] FELTES, Cristiana Monique. PUHL, Cassiano Scott. Gráfico da função quadrática: uma proposta de ensino potencialmente significativa. *Scientia Cum Industria*. V.4, N.4, 202—206, 2016.