A modelagem em uma aplicação da matemática no cálculo do preço pago nos estacionamentos rotativos de Caxias do Sul

Fernanda Marchioro[†], Laurete Zanol Sauer[†]

Resumo

Esse artigo tem como objetivo abordar o conceito de função definida por partes, de forma contextualizada. As atividades aqui descritas foram realizadas em uma oficina para professores de matemática para o ensino médio, de escolas de abrangência da 4ª. Coordenadoria Regional de Educação do Rio Grande do Sul. Com base nos valores cobrados em estacionamentos de Caxias do Sul, os participantes foram incentivados a determinar modelos matemáticos para descrever situações-problema apresentadas. Como resposta à atividade, observou-se o envolvimento dos professores participantes na execução da mesma e um entendimento, pela maioria deles, das referidas situações-problema, associando-as ao conceito de função. Podemos afirmar que a aprendizagem de conceitos matemáticos pode tornar-se significativa, com o auxílio da modelagem matemática, pois assim é possível relacionar conteúdos trabalhados em sala de aula com situações do cotidiano.

Palavras-chave

Função definida por partes; Modelagem matemática; Aprendizagem significativa.

Modeling in a math application in the calculation of the price paid in the rotating parking lots of Caxias do Sul

Abstract

This article presents an opportunity to contextualize the study of piecewise defined functions. The activities described here were carried out in a workshop for high school math teachers, from 4ª Education Regional Coordination of the Rio Grande do Sul. Based on the amounts charged in Caxias do Sul parking lots, participants were encouraged to determine mathematical models to describe problem situations presented. In response to the activity, there was observed the involvement of teachers and an understanding by most of them, of these problem situations, as related to the concept of function. We can say that learning mathematical concepts can become significant with the help of mathematical modeling, as well you can connect contents studied in class with everyday situations.

Keywords

Piecewise defined function , Mathematical modeling , meaningful learning.

I. INTRODUÇÃO

Quando o professor inicia a abordagem de um novo conteúdo, é muito frequente os alunos questionarem-se, ou ao docente, qual a aplicação desses conceitos no seu cotidiano. Como, algumas vezes, não conseguem estabelecer esse vínculo sozinhos, é preciso orientá-los nesse sentido, apresentando-lhes exemplos contextualizados ou indicações de aplicações na abordagem de outros conceitos.

Nesse contexto, Wernek [1] afirma que “ensinamos demais e os alunos aprendem de menos e cada vez menos!” porque os assuntos são desinteressantes e sem relação com o seu cotidiano.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio [2] orientam, entre outros objetivos, para a formação integral do estudante e a integração de conhecimentos gerais na perspectiva da interdisciplinaridade e da contextualização, de forma que façam sentido para os alunos todos os conteúdos que fazem parte do programa da disciplina.

Dentre os conteúdos abordados na disciplina de matemática no Ensino Médio, o conceito de função é um assunto de fácil integração com o dia a dia, sendo possível encontrarmos situações para a contextualização. No entanto, frequentemente o aluno tem dificuldades para entender os conceitos básicos desse conteúdo, principalmente, como

[†]Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, RS
E-mails: fernandam.marchioro@gmail.com, lzsauer2@gmail.com

Data de envio: 08/12/2016
Data de aceite: 09/12/2016

http://dx.doi.org/10.18226/23185279.v4iss4p184

descreve Trindade [3], no que tange à "inabilidade de construir associações entre as diferentes representações de funções: fórmulas, gráficos, diagramas, tabelas, expressão verbal das relações", o que dificulta a possível chance de o aluno relacionar o conceito de função com o cotidiano.

Diante desse panorama, buscamos desenvolver um trabalho cujo objetivo é abordar de forma contextualizada o conceito de função definida por partes utilizando a Modelagem Matemática como uma estratégia para construir um ambiente de ensino e aprendizagem ativa.

Para tanto, realizou-se uma oficina com professores de matemática para o ensino médio que teve como objetivo principal proporcionar aos professores participantes uma estratégia ativa para a aprendizagem significativa do conceito de função definida por mais de uma sentença,

II. Referencial Teórico

A aprendizagem é um tema sempre em pauta na comunidade acadêmica. Principalmente, devido ao baixo aproveitamento dos alunos em sala de aula. Para muitos deles não estão sendo percebidas mudanças cognitivas expressivas, como decorrência das experiências e estudos realizados, gerando um sentimento de que estão estudando somente para a avaliação. Moreira [4] explica que "uma das finalidades da educação escolar é propiciar ao aluno meios para que aprenda de forma que se lembre do que aprende quando precisar", ou seja, que a aprendizagem sirva para que o aluno possa resolver situações fora da sala de aula também.

Não é preciso que se invente "histórias" envolvendo o conteúdo, para que se tenha uma aprendizagem significativa. Podemos representar alguma situação real matematicamente, dando sentido ao conteúdo, por meio da modelagem matemática. Como afirma Bassanezi (p. 24) [5] "modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade".

A Modelagem pode ser utilizada como uma abordagem didática para se representar problemas do dia-a-dia por meio da linguagem matemática, atribuindo um sentido real para determinados conceitos matemáticos e sendo possível fazer previsões sobre o fenômeno representado. Bassanezi [6] fala sobre o uso da Matemática e sua importância de torná-la mais ligada com a realidade, afirmando que o uso da matemática é essencial para uma representação do pensamento com uma extraordinária economia de energia. Ou seja, precisamos encontrar a matemática nas situações camufladas e sistematizá-las.

A Modelagem é um processo que alia teoria à prática, como defende Bassanezi [6], que pode ser utilizada em diferentes contextos. Porém, não basta conhecer e aplicar o método apenas como um modo de fazer diferente em sala de aula. É necessário ter em si, o processo de modelar e tentar organizar atividades de despertem no aluno o interesse de compreender e buscar saber mais sobre aquilo que esta aprendendo. Desta forma, o professor deixa o aluno motivado a aprender aquilo, conseguindo entender o seu real significado.

Bassanezi [6] (p. 24) explica que Modelagem Matemática:

> é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. [7]

Neste trabalho a Modelagem Matemática foi utilizada, também, visando a aumentar o interesse do aluno e sua compreensão sobre o conceito de função. Para que o mesmo possa compreender que os conceitos de Matemática tem relação com o meio em que estão inseridos, fazendo com que a Modelagem possa unir esses dois conjuntos (Matemática e cotidiano).

III. Procedimentos Metodológicos

A oficina foi ministrada a um grupo de doze professores de Matemática. As atividades propostas, em grupos, foram as seguintes: (i) conversa inicial buscando despertar o interesse dos participantes sobre o assunto; (ii) leitura de uma notícia sobre o estacionamento rotativo nas ruas da cidade; (iii) apresentação dos valores cobrados por estacionamentos e cálculos de valores cobrados, em função do tempo de utilização; (iv) modelo matemático do preço pago nos estacionamentos de acordo com o tempo de permanência; (v) representação gráfica do modelo encontrado; (vi) resolução de uma situação problema; (vii) elaboração de uma nova situação problema.

Para a realização das atividades, em três grupos, iniciou-se com uma conversa sobre qual seria o estacionamento mais vantajoso e como justificavam cada escolha. A seguir, foi feita a leitura de uma notícia do Jornal Pioneiro [8] que descrevia o reajuste na tarifa do estacionamento rotativo nas vias públicas de Caxias do Sul.

Cada um dos grupos foi informado sobre os valores cobrados pelo tempo de permanência em três estacionamentos rotativos de Caxias do Sul, variando de acordo com a sua localização. Foi proposto que cada grupo procurasse modelar os dados referente a um dos estacionamentos, através de uma função, identificando a relação entre o valor a ser pago e o tempo de permanência do veículo no mesmo estacionamento. Feito isso, cada grupo apresentou o modelo relacionado ao estacionamento analisado, representando-os com base em um conceito matemático e construindo o respectivo gráfico.

De forma resumida, podemos dizer que os participantes resolveram uma situação-problema para validação do modelo matemático que encontraram. Com base nisso, solicitamos que criassem uma nova situação do cotidiano que pudesse ser modelada na forma de função definida por mais de uma sentença.

IV. Resultados e Discussão

Cada grupo modelou matematicamente o sistema de cobrança do estacionamento que lhe foi proposto, anotando os desenvolvimentos no roteiro entregue. Em cada caso foi solicitado que modelassem o sistema de cobrança de cada um dos estacionamentos, além de representar tal modelo graficamente. Consideramos o tempo de permanência para carros, desconsiderando as diárias e pernoites.

O grupo um, analisou a forma de cobrança do estacionamento cujos preços estão Figura 1.

Fig. 1: Preços do estacionamento analisado pelo grupo 1.

Encontraram um modelo matemático, que apresentaram da seguinte forma:

$$f(t) = \begin{cases} 3,\ se\ 0 \leq t \leq \frac{1}{4} \\ 4,\ se\ \frac{1}{4} < t \leq \frac{1}{2} \\ 5,\ se\ \frac{1}{2} < t \leq 1 \\ 5 + 2t, se\ t > 1 \end{cases} \quad (1)$$

No momento da explicação, esclareceram aos participantes que o tempo é dado em horas. Entretanto, para valores de t maiores do que 1, referiram dificuldade de traduzir em linguagem matemática, a forma de cobrança do estacionamento. Exemplificando, uma pessoa que permanece no tempo de 3 horas, deverá pagar R$ 13,00. Ou seja:

$$f(t) = 5 + 2.t \quad (2)$$
$$f(t) = 5 + 2.4 = 13 \quad (3)$$

Procuraram explicar, interpretando o valor $t = 4$ como sendo o número de intervalos de ½ hora, além da uma hora de permanência.

Neste momento procuramos incentivar as discussões, visando à interpretação correta da situação-problema, a fim de que pudesse ser traduzida. Com isto, foi possível compreenderem que, para valores de t maiores do que 1, trata-se de uma função "discreta", para a qual, são constantes os valores de $f(t)$ nos intervalos (1,3/2), (3/2, 2), (2, 5/2), (5/2, 3), e assim por diante. Ou seja, de meia em meia hora o valor a ser pago, é acrescido de R$ 2,00. Concluíram a apresentação, com a colaboração de todos, apresentando graficamente a tradução da forma de cobrança do estacionamento 1.

Na Figura 2, o gráfico apresentado pelo grupo 1.

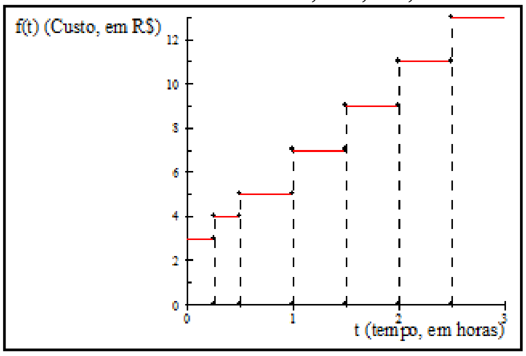

Fig. 2: Modelo matemático da forma de cobrança do primeiro estacionamento analisado.

O grupo dois trabalhou com o sistema de cobrança do estacionamento, conforme mostra a Figura 3.

Fig. 3: Preços do estacionamento analisado pelo grupo 2.

Encontraram um modelo, que representaram como:

$$f(t) = 2t \qquad t \in \mathbb{N} \quad (4)$$

Explicaram que o modelo foi pensado para um cliente qualquer e que cada valor de t representa um intervalo de 15 minutos. Como exemplo, a participante propôs o cálculo para 2h25min. Dentro desse tempo, quantos são os períodos de 15 minutos? E todos os participantes colaboraram dizendo que eram 10 períodos de 15 minutos. Logo o valor que a ser substituído foi $t = 10$.

$$f(t) = 2.10 = 20 \quad (5)$$

Validamos, assim, o modelo encontrado. Na apresentação da forma gráfica, mostrou no quadro o gráfico apresentado na Figura 4, compreendendo de forma satisfatória o problema proposto.

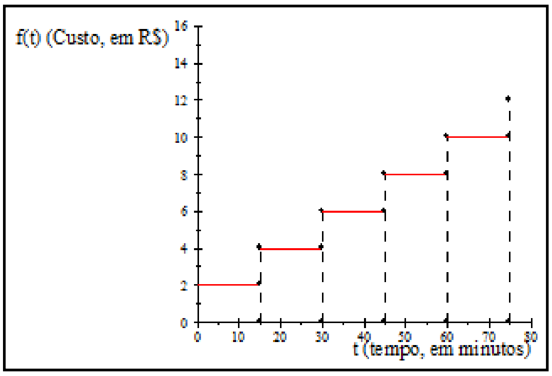

Fig. 4: Modelo matemático que representa o segundo estacionamento analisado.

O grupo três analisou o sistema de cobrança do estacionamento com os preços conforme a Figura 5.

Fig. 5: Preços do estacionamento analisado pelo grupo 3.

Nesse grupo os participantes criaram um modelo, com a variação por minuto. Apresentaram para o grande grupo, e um participante conseguiu perceber que a Zona Verde não pode ser considerada uma função, pois não podemos colocar moedas de um centavo (R$ 0,01) mas, sim de R$ 0,05. Sendo assim, o que acontece no parquímetro é uma variação do tempo de acordo com o preço pago. Esta observação, feita pelos participantes, foi considerada uma demonstração de que compreenderam que, neste caso, não temos uma função. A respeito da Zona Verde, concluímos que a forma de cobrança é uma relação em que a variável independente é o valor depositado no parquímetro. Em outras palavras, o tempo de permanência, depende do valor depositado.

Após, foi proposta a seguinte situação problema, para que validassem os modelos encontrados: "Uma pessoa precisa ir ao psicanalista, duas vezes por semana (ou seja, em média, oito vezes por mês). Cada sessão é de 1 hora e, normalmente, calcula 10 minutos para ir e mais 10 minutos para chegar ao carro e, assim sendo, utiliza o parquímetro Zona Verde, pagando por um tempo de 80 minutos. O estacionamento em frente é aquele que foi analisado pelo grupo 2. Um dia, em determinado mês, atrasou-se mais que o programado e foi multada em R$12,00. Considerando essas informações verifique se, mesmo assim, foi vantajosa a utilização do parquímetro, ao invés do estacionamento, no tempo de um mês. Comente." Em grupos conversaram, calcularam, utilizando o preço dos três estacionamentos e o modelo encontrado no primeiro e no segundo estacionamento, concluindo corretamente, que mesmo assim, o valor pago no estacionamento rotativo da rua, Zona Verde, é mais barato. Destacaram a questão da segurança, em deixar o veículo na rua ou em um local privativo como uma variável a ser considerada.

Para finalizar foi proposto aos participantes que sugerissem uma nova situação-problema em que pudesse ser utilizada uma função definida por mais de uma sentença. Um grupo sugeriu a quantia de laranjas e a quantia de água utilizadas para fazer um suco. Outro grupo sugeriu a função que relaciona a velocidade de uma pessoa correndo, que aumenta e diminui, com o seu cansaço. E mais uma sugestão, foi o preço pago pela energia elétrica, que varia de acordo com o consumo.

V. Considerações Finais

Com base nos problemas apresentados, os participantes refletirem sobre sua prática docente e como a matemática está relacionada com o cotidiano. Muitos relataram que não trabalham de forma contextualizada, ou que não utilizam questionamentos. Afirmaram que a atividade teve um valor importante para sua prática, pois poderão aplicar com seus alunos, demonstrando interesse em aliar a modelagem ao ensino de função. Procuramos deixar claro que a ideia de modelar ou de relacionar com o cotidiano, deve ser seguida da discussão necessária, a fim de que seja possível apresentar os conceitos e teorias relacionadas com cada tema que esteja sendo abordado. Também é muito importante que esteja claro que os modelos matemáticos são *aproximações da realidade*, que requerem a compreensão de que a *leitura matemática* também é feita, nesses casos, sem a formalização que seus conceitos requerem.

Com o questionário feito ao final da oficina, foi possível perceber interesse dos professores do ensino médio e que a maioria dos participantes não tinha trabalhado ou não conhecia a aprendizagem baseada em problemas (PBL). Muitos descreveram que para poder trabalhar a Matemática, relacionada com situações do cotidiano é preciso tempo, dedicação e empenho, o que está de acordo com o que afirmam Biembengut e Hein [9]: "a condição necessária para o professor implementar modelagem no ensino – modelação – é ter audácia, grande desejo de modificar sua prática e disposição para conhecer e aprender".

VI. Agradecimentos

Os autores agradecem aos organizadores do V SECIMSEG pelo espaço de discussão e reflexão disponibilizado e aos professores do PPGECiMa pelas sugestões e orientações.

VII. Bibliografia

[1] WERNECK, H. Ensinamos demais, Aprendemos de menos.- 14ª edição. – São Paulo: Ed. Vozes, 2002.

[2] BRASIL. Resolução CNE/CEB Nº 2, de 30 de janeiro de 2012. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Disponível em http://www.sinepe-pe.org.br/wpcontent/uploads/2012/05/Resolucao_CNE_02_2012_Ensino_Medio.pdf>. Acesso em 03 de fevereiro de 2014.

[3] TRINDADE. J. A. O. Obstáculos Epistemológicos À Aprendizagem Do Conceito De Função. Universidade Federal de Santa Catarina - Pós-Graduação em Educação do Centro de Ciências da Educação.1996.

[4] MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa. Brasília: Editora da Universidade de Brasília. 1999.

[5] BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2004.

[6] BASSANEZI, R.C. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Contexto, 2002.

[7] BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2009.

[8] Reajuste do estacionamento rotativo de Caxias do Sul entra em vigor. http://pioneiro.clicrbs.com.br/rs/geral/cidades/noticia/2015/11/reajuste-do-estacionamento-rotativo-de-caxias-do-sul-entra-em-vigor-4893306.html. Acesso em 12 de setembro de 2016.

[9] BIEMBENGUT, M. S. ; HEIN, N. Modelagem Matemática no Ensino. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.