

# Fazer e Compreender a Geometria Analítica utilizando o *Software* Geogebra

Juliana Pereira Berti\*, Laurete Teresinha Zanol Sauer†

## Resumo

A Educação Matemática vem passando por transformações, principalmente no que diz respeito às novas exigências contidas em documentos legais. As diversas formas de expressão da Linguagem Matemática e a utilização de recursos tecnológicos são algumas das sugestões dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Assim, a Geometria Analítica como um componente curricular da Matemática também passa por essas adequações. Com vistas a criar alternativas para trabalhar esse conteúdo e, pensando na interação sujeito-objeto, desenvolveu-se um minicurso que utiliza a Geometria Dinâmica, através do *software* GeoGebra, como facilitadora do processo de construção do conhecimento. A metodologia desenvolvida apresenta sete atividades. São atividades voltadas ao estudo da reta, incluindo suas equações e a posição relativa das retas no plano; ao estudo da circunferência e a posição relativa de duas circunferências no plano; e à interpretação geométrica da elipse, da parábola e da hipérbole. Esperamos, com isso, proporcionar aos educadores estratégias para refletir e reconstruir suas práticas nas aulas de Matemática no Ensino Médio.

## Palavras-chave

Educação Matemática, Geometria Analítica, Geometria Dinâmica, aprendizagem, Ensino Médio.

# Making and Understanding Analytic Geometry using the software Geogebra

## Abstract

Mathematics Education has been undergoing transformations, especially with regard to the new requirements contained in legal documents. The various forms of expression language of mathematics and the use of technological resources are some of the suggestions of the National Curriculum Guidelines for Secondary Education. Thus, analytic geometry as a curricular component of mathematics also goes through these adjustments. In order to create alternatives to work that content and, thinking of the subject-object interaction, it developed a short course that uses the Dynamic Geometry through the GeoGebra software, as facilitator of the knowledge construction process. The methodology has seven activities. Are activities aimed at the line of study, including its equations and the relative position of the lines in the plan; the study of the circumference and the relative position of two circles in the plane; and the geometric interpretation of the ellipse, the parabola and hyperbole. We hope, therefore, provide educators strategies to reflect and rebuild their practices in math classes in high school.

## Keywords

Mathematics Education, Analytic Geometry, Dynamic Geometry, Learning, High School.

## INTRODUÇÃO

Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc.) e usar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação são algumas das competências e habilidades presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.

Uma das competências proposta pelas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+EM) [1] é a articulação

dos símbolos e códigos - ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas. Além disso, os PCN+EM orientam que a maneira de organizar as atividades é decisiva no processo de ensino e aprendizagem, ou seja, a escolha adequada de materiais e metodologias diferenciadas é que poderá permitir o desenvolvimento satisfatório dos conteúdos e competências.

O Caderno V: Matemática, da segunda etapa da Formação de Professores do Ensino Médio - Pacto Nacional pelo Fortalecimento do Ensino Médio [2] explicita que o

\* Escola Estadual de Ensino Médio Boaventura Ramos Pacheco, Gramado, RS; † Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, RS.  
E-mails: [jujuberti@gmail.com](mailto:jujuberti@gmail.com), [lzsauer2@gmail.com](mailto:lzsauer2@gmail.com)

fazer matemático mobiliza quatro tipos de raciocínio, dentre eles, o raciocínio lógico-dedutivo, próprio da Álgebra e Geometria, por exemplo, e de tudo que diz respeito a provas de propriedades em todos os campos da Matemática.

Nesse contexto que, diz respeito às diferentes formas de representação, a Geometria Analítica aparece como um eixo curricular da Matemática muito importante, pois trabalha a geometria de forma algébrica. O Caderno V – Etapa II [2] a coloca como “um campo da Matemática que estabelece importantes relações entre os registros gráficos e algébricos de funções, o que permite, inclusive, a utilização de programas computacionais gráficos”.

Sendo assim, surge a necessidade de realizar um planejamento para as aulas de Geometria Analítica que priorize a participação ativa dos alunos, a fim de que a aprendizagem possa ter resultados positivos tornando-se, de fato, significativa. Acreditando que a construção do conhecimento dar-se-á por meio da interação do sujeito com o objeto e, pensando em desenvolver estratégias de ensino diferenciadas que contribuam com essa construção, elaboramos o minicurso descrito a seguir, o qual utiliza recursos tecnológicos disponíveis para promover um melhor desempenho no conteúdo de Geometria Analítica.

#### MATERIAL E MÉTODOS

Ao pensarmos em Educação Matemática e considerarmos que o conhecimento é construído na interação do sujeito com o objeto e, na medida em que ele interage, vai produzindo sua capacidade de conhecer e, produzindo seu próprio conhecimento [3], buscamos na utilização de recursos tecnológicos uma alternativa metodológica para motivação dos alunos e, conseqüentemente, um melhor entendimento dos conceitos de Geometria Analítica.

Sabemos que é fundamental colocar os estudantes como sujeitos ativos que atuam na produção e transformação das realidades e da sua própria existência. É desejável buscar situações que possibilitem aos jovens perceber a presença da Matemática em atividades diversas, sendo elas artísticas, esportivas, educacionais, de trabalho, ou outras [2].

Os PCNEM também fazem referência ao uso de diferentes recursos didáticos, ressaltando que seu uso é de fundamental importância. Além disso, afirmam que determinados aspectos exigem imagens dinâmicas; outros necessitam de cálculos ou de tabelas de gráfico; outros demandam expressões analíticas, sendo sempre importante a utilização de meios para garantir a confiabilidade do registro e/ou reforço no aprendizado [4].

Considerando esses apontamentos, percebemos a necessidade de capacitar professores, para que possam pensar suas práticas nas aulas de Geometria Analítica a partir da criação de novos modelos para a prática pedagógica, refletindo sobre suas ações, percebendo e valorizando seus alunos como sujeitos.

Para que haja o processo completo de adaptação que, conforme Piaget (*apud* [3]), divide-se em dois: a assimilação e a acomodação, os alunos se utilizam das interpretações e das modificações ou construções de novas ideias, realizadas a partir das atividades com o *software* de Geometria Dinâmica.

A partir da aprendizagem que consiste na construção (ou reconstrução) de um conhecimento, o papel do professor passa a ser o de problematizador, ou seja, o professor irá organizar as interações entre o aluno e o meio, problematizar

as situações de modo que o aluno seja capaz de construir seu conhecimento sobre o tema que está em estudo [3].

#### A GEOMETRIA DINÂMICA E A UTILIZAÇÃO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA

A Geometria Dinâmica estuda a geometria a partir de recursos didáticos virtuais, ou seja, consiste em dar movimento aos objetos a partir de construções ou reconstruções gráficas.

Para a elaboração do minicurso escolhemos o *Software* Geogebra, por se tratar de um *Software* livre e de domínio público, pré-instalado nos computadores das escolas públicas. O programa constrói gráficos e identifica três formas matemáticas diferentes: a gráfica, a algébrica e a numérica. Além disso, permite construir e modificar as figuras geométricas e visualizar equações e representações algébricas, reforçando a fixação dos conceitos da Geometria Analítica.

Usando o recurso metodológico, com o objetivo de auxiliar o professor visando um impacto positivo e gradativo nas salas de aula, elaboramos atividades a partir de conceitos de geometria analítica que, a princípio, nos parecem ser estudados superficialmente e de forma abstrata.

#### O MINICURSO DE GEOMETRIA ANALÍTICA

O minicurso de Geometria Analítica está proposto para ser realizado num laboratório de informática, com o *software* GeoGebra, versão 5.0, como sugerido por Paula [5], onde serão propostas e desenvolvidas sete atividades que, de forma sucinta, estão descritas a seguir.

As atividades 1 e 2 foram pensadas objetivando a interpretação dos coeficientes da equação da reta e estudo da posição relativa das retas. Na atividade 1, construímos a reta, inserindo a forma geral da equação da reta, no campo de entrada do *software* GeoGebra. Em seguida, inserimos o controle deslizante para podermos modificar os coeficientes angular e linear da reta. Ao movimentarmos o controle deslizante, alguns questionamentos podem ser feitos: O que acontece com o a reta? Quando o coeficiente angular é alterado?, Exste alguma relação entre o coeficiente angular e a inclinação da reta? O que acontece com a reta, quando o coeficiente linear é alterado?

Na atividade 2, inserimos uma reta concorrente, uma paralela e uma perpendicular à reta construída na primeira atividade. Após, levantamos alguns questionamentos: Qual a relação existente entre o coeficiente angular da primeira reta e da concorrente a essa? Qual a relação existente entre o coeficiente angular da primeira reta e da reta paralela a essa? Qual a relação existente entre o coeficiente angular da primeira reta e da reta perpendicular a essa? Assim, ao movimentarmos a primeira reta, podem-se levantar novamente os mesmos questionamentos, a fim de que percebam as mudanças no coeficiente angular.

A terceira e quarta atividades referem-se à circunferência.

Na atividade 3, os objetivos são: 1) perceber que a circunferência é o lugar geométrico dos pontos equidistantes a um ponto dado, no caso, o seu centro; 2) entender que para construir uma circunferência é necessário apenas saber o seu centro e seu raio e que esses dois valores são necessários e suficientes para determinar a sua equação. Já, perceber a

relação existente entre os raios das circunferências e a distância entre seus centros para estabelecer a posição relativa entre elas é o objetivo da atividade 4.

Na terceira atividade construímos um segmento de reta AB. Ao habilitarmos o rastro e movimentarmos o ponto B, pretendemos que percebam a formação da circunferência. Alguns questionamentos podem ser levantados: Qual a figura formada? Houve mudanças nas coordenadas do ponto A? Houve mudanças nas coordenadas do ponto B? Que mudanças (se) ocorreram no comprimento do segmento AB? O que o segmento AB representa? O que o ponto A representa? O que o ponto B representa?

Na atividade 4, construímos duas circunferências, de tamanhos diferentes (uma menor e outra maior), escolhendo seus centros e seus raios. Em seguida, inserimos o segmento de reta AB, que vai do centro de uma circunferência até o centro da outra. Diversos questionamentos podem ser levantados, tais como: Qual o raio das circunferências? Qual o significado do tamanho do segmento AB? Qual a posição relativa das circunferências? Qual o significado das equações e dos pontos que aparecem na Janela de álgebra? Posteriormente, movendo o centro de uma das circunferências, novos questionamentos podem ser feitos: Qual o raio das circunferências? Qual a nova posição relativa das circunferências? Qual a distância entre os centros?

As três últimas atividades (5, 6 e 7) referem-se à parábola, elipse e hipérbole. Fixamos os objetivos na percepção e interpretação, pois as secções cônicas é conteúdo pouco exigido na maioria dos vestibulares, além de que também não é contemplado na Matriz do Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) [6].

A atividade número 5 objetiva perceber como a curva é construída através do conceito de lugar geométrico e as semelhanças e diferenças entre as equações das parábolas de acordo com a sua concavidade. Para isso, construímos o foco e a reta diretriz e habilitamos o rastro de um dos pontos (o que está marcado sobre a reta diretriz) para que percebam como forma-se a parábola. Movimentando a reta diretriz, pode-se perceber as alterações na concavidade da parábola e, conseqüentemente, na equação da mesma. Alguns questionamentos a serem levantados: O que aconteceu com a parábola? Quais as semelhanças entre a parábola anterior e a atual? Qual a sua equação agora? Quais as semelhanças entre as equações? As distâncias entre o ponto da parábola ao foco e da parábola à reta diretriz ainda são as mesmas? Também podemos alterar a reta diretriz, deixando-a paralela ao eixo y, e fazermos os mesmos questionamentos.

Interpretar graficamente o conceito de elipse é o objetivo da atividade 6. Utilizando o *software* GeoGebra, construímos uma elipse a partir dessa ferramenta disponível no programa. Acrescentamos dois segmentos de reta, dos focos até um determinado ponto sobre a elipse. Depois, incluímos a soma da medida do segmento *a* com a medida do segmento *b*. Movimentamos o ponto que está sobre a elipse a fim de interpretar graficamente seu conceito.

Na última atividade, o objetivo é interpretar graficamente o conceito de hipérbole. Para isso, com o auxílio da ferramenta Hipérbole do *software* Geogebra, criamos a mesma. Inserimos um ponto sobre a figura. Em seguida, acrescentamos dois segmentos de reta com extremidades no ponto incluído e nos focos. Posteriormente

acrescentamos a diferença entre as medidas dos segmentos e movimentamos o ponto, a fim de verificar o conceito de hipérbole.

No decorrer das atividades, é importante que haja espaços para desafios, resolução de problemas em outros contextos, além daqueles oferecidos pela matemática. Como sugestão aos professores, essa ferramenta proposta aliada à prática, fará com que os alunos percebam a Matemática como uma das formas de linguagem e expressão dentre as várias existentes.

## CONCLUSÕES

O minicurso caracteriza-se como uma estratégia diferenciada de aprendizagem e vai ao encontro das novas propostas curriculares do Ensino Médio, que sugerem diversas formas de representação da Matemática e utilização de recursos tecnológicos como um meio de dialogar com os alunos, além de proporcionar-lhes uma intervenção ativa nos processos de ensino e aprendizagem.

Acreditamos que o professor tem o papel de problematizador e, como tal, está sempre em busca de novas estratégias e métodos para que seus alunos construam sua aprendizagem e, não simplesmente, aprendam de forma mecânica e memorística. A partir disso, buscamos, através da elaboração das atividades, proporcionar aos educadores oportunidade de refletir, orientar e, também, acrescentar novas alternativas à prática pedagógica.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Brasil. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias*. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.
- [2] Brasil. *Formação de professores do ensino médio. Etapa II - Caderno V: Matemática*. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica; Curitiba: UFPR, 2014.
- [3] S. R. K. Franco, *O Construtivismo e a Educação*. 8ª ed. Porto Alegre: Mediação, 2000.
- [4] Brasil. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias*. Brasília: MEC/SEF, 2000.
- [5] T. O. O. Paula, *O Ensino da Geometria Analítica com o uso do GeoGebra*. Seropédica: UFRRJ, 2013.
- [6] L. R. Dante, *Matemática: Contexto e Aplicações*. 2. Ed. São Paulo: Ática, 2013.