

# Modelagem matemática e a função quadrática: uma possibilidade de ensino

Eliel Felizardo\* 

Laurete Zanol Sauer 

Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática  
Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul - RS, Brasil

\*Autor correspondente: [efelizardo@ucs.br](mailto:efelizardo@ucs.br)

Recebido: 19 de Outubro de 2023  
Revisado: 11 de Dezembro de 2023  
Aceito: 18 de Dezembro de 2023  
Publicado: 29 de Dezembro de 2023

**Resumo:** Este artigo aborda a aplicação da modelagem matemática às funções quadráticas, explorando seu papel na representação de uma variedade de fenômenos do mundo real. As funções quadráticas possuem propriedades singulares que permitem a modelagem de comportamentos não lineares em diferentes áreas do saber. Por isso, este texto também destaca a importância da validação dos modelos matemáticos e da interpretação dos resultados, enfatizando que a modelagem matemática com funções quadráticas é uma ferramenta valiosa para entender, prever e tomar decisões em uma variedade de áreas. Além disso, ele discute desafios e considerações ao trabalhar com funções quadráticas, como a identificação adequada de variáveis e a quantificação de incertezas. Concluindo, este artigo demonstra a versatilidade e a relevância da modelagem matemática com funções quadráticas na resolução de problemas do mundo real. Ele enfatiza que essa abordagem desempenha um papel de grande importância na pesquisa, na educação e na inovação, contribuindo para a compreensão e a solução de fenômenos complexos em uma ampla variedade de campos de estudo e aplicação.

**Palavras-chave:** Modelagem matemática, função quadrática, ensino, aplicação.

# Mathematical Modeling and the Quadratic Function: A Teaching Approach

**Abstract:** This article addresses the application of mathematical modeling to quadratic functions, exploring their role in representing a variety of real-world phenomena. Quadratic functions have unique properties that allow the modeling of non-linear behaviors in different areas of knowledge. Therefore, this text also highlights the importance of validating mathematical models and interpreting results, emphasizing that mathematical modeling with quadratic functions is a valuable tool for understanding, predicting and making informed decisions in a variety of areas. Additionally, it discusses challenges and considerations when working with quadratic functions, such as properly identifying variables and quantifying uncertainty. In conclusion, this article demonstrates the versatility and relevance of mathematical modeling with quadratic functions in solving real-world problems. He emphasizes that this approach plays a very important role in research, education and innovation, contributing to the understanding and solution of complex phenomena in a wide variety of fields of study and application.

**Keywords:** Mathematical modeling, quadratic function, teaching, application.

## Introdução

Todos nós assistimos, com pavor, a pandemia da COVID-19 e os índices de contaminação que avançavam a cada dia. Mas a pergunta que ficava nas mentes de muitas pessoas, provavelmente era: como determinavam aqueles números assustadores? E, muito provavelmente a modelagem

matemática tomava ênfase, prevendo o comportamento do fenômeno no mundo, ou seja, a proliferação viral. Além disso, com o uso de modelos, clássicos ou novos, permitiu que cientistas e médicos de todo o mundo pudessem entender, analisar e resolver os problemas de forma sistemática e quantitativa, pois ao traduzir as informações de modo matemático, era possível fazer simplificações e explorá-los de forma mais acessível [1].

É por isso que a modelagem matemática é um suporte versátil que desempenha inúmeras funções numa gama de diferentes áreas acadêmicas e campos dos saberes, como vimos na Saúde, a proliferação de um vírus, na Engenharia, ao projetar estruturas, sistemas de transporte e circuitos eletrônicos. Em Economia e Finanças, na compreensão de mercados, prevendo as crises de investimento, como aconteceram no passado [2].

No que concerne às aplicações da modelagem no ensino, uma das inúmeras possibilidades é auxiliar na compreensão das aplicações das funções quadráticas em diferentes contextos, tanto no respectivo modelo da função quadrática quanto para modelar um fenômeno, validando-o a partir de dados reais, ajustando-o e, com isso, prever ou tomar decisões necessárias. Logo, a combinação de funções do 2º grau e modelagem matemática consiste em um importante recurso, em diversas áreas das ciências e engenharia, possibilitando ferramentas enriquecedoras para compreensão e solução de problemas do mundo real [3].

Sendo assim, por meio deste artigo, exploramos a definição teórica de modelo e modelagem matemática, as potencialidades de utilizar a modelagem no ensino, as etapas do processo, a metodologia a ser utilizada e as considerações finais. Este trabalho tem o embasamento teórico de Biembengut e Bassanezi, além de renomados estudiosos sobre o processo de modelagem matemática como metodologia para o ensino e aprendizagem de conteúdos do Ensino Fundamental e Médio.

## Fundamentação Teórica

### Modelagem matemática

A Base Nacional Comum Curricular (2018) define a modelagem matemática como sendo um suporte “para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático” [4]. No entanto, precisa-se definir de antemão os modelos, pois é a partir disso que Bavaresco [5] afirma:

permite a realização de atividades de exploração e investigação, que se caracterizam por apresentar objetivos pouco estruturados, mas que, por meio de formulações, experimentações e aperfeiçoamentos, vão sendo melhorados .

Sendo assim, ao utilizar a modelagem matemática é preciso entender, como defende Catelli [6], que a modelização é, senão, um instrumento para cristalizar o conhecimento e

representá-lo, além de realizar um trabalho interdisciplinar (não intencional) de buscar alternativas de ensino e aprendizagem que facilitem a compreensão da matemática e sua utilização e motivar o aluno no entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

Para entendermos, minimamente o processo de modelagem matemática, apresentamos de forma resumida o que são modelos matemáticos e a definição de modelagem matemática. Conceitos que se relacionam possibilitando pensarmos nas etapas para o desenvolvimento de modelagem, algumas das competências que podem ser aprimoradas e quais as condições para a utilização no ensino em diferentes áreas do conhecimento.

### O que são modelos matemáticos?

Para Bassanezi [7]:

No processo de reflexão sobre a porção da realidade selecionamos os argumentos considerados essenciais e procuramos uma formalização artificial (modelo matemático) que contemple as relações que envolvem tais argumentos [...].

Desta forma, é sempre conveniente entender como é a variação das variáveis envolvidas no fenômeno analisado [7].

### O conceito de modelagem matemática

Biembengut e Hein definem a Modelagem Matemática como um processo

[...] que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além do conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas [8].

### Potencialidades do trabalho com modelagem matemática

Estudamos e acreditamos que o trabalho com modelagem matemática oferece várias potencialidades e benefícios em diversas áreas de estudo e aplicações práticas que contribuem para os processos de ensino e de aprendizagem escolar. Por isso destacamos algumas das principais potencialidades da utilização da modelagem matemática e utilizá-la em sala de aula:

Solução de problemas complexos: a abordagem com problemas complexos do mundo real muitos dos quais seriam difíceis ou impossíveis de serem resolvidos por métodos analíticos.

Compreensão e exploração de fenômenos: ajuda a compreender fenômenos naturais, sociais e técnicos, além de permitir explorar as relações existentes e entender causas e efeitos, descobrindo assim problemas subjacentes.

Integração interdisciplinar: a modelagem matemática promove a integração interdisciplinar, possibilitando que professores de diferentes áreas do conhecimento colaborem na resolução de situações-problema, permitindo assim uma abrangência de múltiplos domínios dos conhecimentos [9].

### Uso da modelagem na educação

O uso da modelagem na educação desempenha um papel eficaz na promoção da compreensão dos conceitos matemáticos e no pleno desenvolvimento das habilidades de resolver problemas [10]. Modelar é uma abordagem pedagógica que proporciona aos discentes a aplicarem conceitos matemáticos para entender e resolver problemas do mundo real. Por isso, ela envolve a criação de modelos matemáticos que representam situações-problemas e ao utilizá-los fazem previsões, tomam decisões informadas ou indizíveis e exploram fenômenos complexos. Como afirma Bachelard [11] “Antigamente em um passado esquecido pelos próprios sonhos, a chama de uma vela fazia os sábios pensarem”. O papel da modelagem é como a chama de uma vela, pois permite aos alunos a partir da contextualização do ensino de matemática, que eles pensem e tornem os conceitos matemáticos que aprenderam em formas de resolverem problemas, tornando assim uma aprendizagem mais envolvente.

Da mesma forma, incentiva os educandos a abordar problemas complexos, analisá-los, identificar variáveis relevantes, formular equações ou modelos matemáticos e usar meios matemáticos para chegar a soluções. E, assim, pode promover o questionamento dos alunos, análise e avaliação dos modelos e soluções, possibilitando que a partir de um diálogo e de um pensamento crítico, revisitem seus modelos e soluções e encontram meios de fazer previsões mais precisas e discutir as implicações das suas decisões.

No entanto, é importante notar que a implementação eficaz da modelagem matemática na educação requer um equilíbrio entre a aplicação prática e a cobertura dos tópicos curriculares. Além disso, os educadores desempenham um papel fundamental na orientação dos alunos no processo de modelagem, garantindo que eles compreendam os princípios matemáticos subjacentes.

Em resumo, a modelagem matemática na educação é uma abordagem pedagógica poderosa com potencial para promover uma compreensão mais profunda da matemática, desenvolver habilidades de resolução de problemas e preparar os alunos para enfrentar desafios do mundo real, com autonomia. Ela pode tornar a matemática mais significativa e relevante para a vida dos alunos, contribuindo para uma educação matemática mais eficaz.

### Etapas do processo de modelagem matemática

Biembengut [8], reconhecida na área de educação matemática, tem contribuído significativamente para a promoção da modelagem matemática no ensino. As etapas de modelagem matemática de acordo com Biembengut são as seguintes:

1. Interação: após delineada a situação-problema que se pretende estudar, é recomendado fazer um estudo sobre o tema com o uso de livros e revistas especializadas no assunto ou in loco. É importante salientar que nessa etapa ela se subdivide em duas – reconhecimento e familiarização – embora não seguem uma linha cronológica, com o uso delas o tema e o assunto vão ficando mais evidente. 2. Matemática: é a etapa mais complexa da modelagem, pois se subdivide em formulação do problema e resolução, ou seja, é nessa etapa em que há a “transcrição” da situação para a linguagem matemática.

A Matemática compreende a formulação do problema e, consequentemente obter as hipóteses. Por isso, nesta etapa é importante:

- Classificar as informações (importantes e não importantes) para a identificação dos fatos;
- Tomar decisões sobre os fatores a serem seguidos, levantando hipóteses;
- Selecionar as variáveis relevantes envolvidas;
- Selecionar símbolos apropriados para essas variáveis; e,
- Descrever essas relações em termos matemáticos.

O objetivo principal desse primeiro contato com o processo de modelar é propiciar à chegada de um conjunto de fórmulas matemáticas, expressões ou programa computacional, que levem à solução ou permitam chegar ao caminho da solução, por isso, devem ser considerados os seguintes passos:

#### (a) Resolução do problema em termos do modelo

Tendo já sido formulado o problema, passa-se à resolução ou análise com o recurso matemático proposto. Isto requer um conhecimento matemático aguçado e já bem desenvolvido. O computador é um recurso imprescindível, nos casos em que a resolução pura e analítica não deu conta de resolver.

#### (b) Modelo matemático

Para concluir o modelo, torna-se necessária uma validação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema e, a partir daí, verificar o grau de confiabilidade no seu uso, dessa forma, faz-se necessário:

- Interpretar o modelo, analisando as implicações da solução derivada daquilo que está sendo analisado; e,
- Verificar a sua adequabilidade, retornando ao problema investigado e avaliando quão significativo e relevante é a solução – validação.

A Figura 1, de Biembengut [8] representa a Dinâmica da modelagem matemática, lembrando que em todas as etapas o registro ou relatório é uma excelente maneira de verificar as etapas a serem seguidas e proporciona sondagem se o seu uso foi adequado.



**Figura 1.** Dinâmica da modelagem matemática.

## Metodologia e Desenvolvimento

Visando à aplicação da modelagem matemática, planejamos uma ação didática para o ensino e aprendizagem da função quadrática. A seguir apresentamos as características da proposta.

### Descida de um carrinho

A infância da maioria das crianças é marcada pelo ato de brincar e, a partir dele, ele cria relações matemáticas, como defende Piaget [12] na construção do número. Partindo dessa premissa, o brincar aqui tem um caráter matemático de determinar a posição e o instante em que em uma “suposta descida de carrinho de lomba” vão se relacionar com a matemática. No entanto, isso não é suficiente.

É necessário visualizá-lo e que a atividade seja manipulada e testado pelos alunos de forma analítica e computacional.

Para tanto, organizamos uma proposta, subdivida em seis encontros que permite desenvolver conceitos de funções quadráticas: lei de formação, construção gráfica e aplicação em situações semelhantes, além de desenvolver o pensamento computacional, ao testar o modelo analítico no computador. Pode ser adaptada para qualquer período escolar, sendo possível, utilizá-la, também, no ensino de física, em movimento.

Os resultados de aprendizagens esperados são a leitura da situação-problema e discussão com os pares sobre possíveis soluções; reconhecimento do tema (função quadrática) como parte imprescindível de solucionar o problema; utilizar-se da modelagem matemática como potencializadora para a

resolução; aplicação do conhecimento de funções polinomiais do 2º grau para responder aos questionamentos levantados; ter senso crítico para validar as suas respostas.

Os recursos utilizados devem ser livros e/ou material impresso sobre função polinomial do 2º grau, material impresso da proposta, uma ripa de madeira de 1 metro de comprimento, trena ou régua para medição, cronômetro (podendo utilizar o do aparelho móvel).

### Atividade de Modelagem Matemática

Nesta etapa, o professor pergunta aos alunos: Como resolver a situação-problema apresentada no Quadro 1.

#### Quadro 1. Situação-problema.

Em uma rua em declive, 25 alunos são posicionados igualmente espaçados 3 metros um do outro. Cada um possui um cronômetro. Um outro estudante vai descer de carrinho de lomba. Quando um apito é acionado o carrinho inicia sua descida e todos dispararam seus cronômetros. Cada um interrompe o seu cronômetro quando o carrinho passa na sua frente.

O professor faz a leitura da situação-problema com os alunos e depois separa-os em pares e solicita, que devem realizar as atividades propostas no Quadro 2.

#### Quadro 2. Atividades propostas.

- Simule esta situação, utilizando para a lombada uma ripa de madeira com o comprimento de 1m onde o carrinho percorre e utilize um cronômetro para determinar o tempo. Construa uma tabela relacionando a distância (em cm) e o tempo do deslocamento.
- Faça a representação gráfica da questão anterior.
- A partir da representação gráfica, determine qual é a função que descreve a relação tempo x posição do carrinho?
- Em que posição o carrinho estará no instante 75? E no instante 100?

Após, o professor pedirá que os alunos sentem-se em um semicírculo e pede para que todos exponham as suas respostas, é importante que nesse momento seja feito o registro das respostas dadas, para a validação.

Logo após, o professor passa a segunda etapa da tarefa (Quadro 3).

**Quadro 3.** Situação-problema.

Os alunos de volta à sala de aula montam uma tabela com a distância de cada um até o início da trajetória do carrinho e o tempo decorrido desde a largada até passar na posição de cada estudante. Suponha que o quadro abaixo represente a feita em sala de aula, pergunta-se: O resultado pode ser o quadro a seguir? Justifique.

D	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
T	0	10	18	23	27	30	35	37	39	41

Consequente, os alunos farão a validação da situação-problema de acordo com o modelo e os resultados obtidos.

**Conhecendo as funções quadráticas**

Para trabalhar a definição, escreva na lousa diferentes funções quadráticas e a cada uma, peça para que os alunos identifiquem os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , como no Quadro 4.

**Quadro 4.** Função quadrática.

$$f(x) = 3x^2 - x, \text{ em que } a = 3, b = -1, c = 0$$

$$f(x) = -5x^2 + 7, \text{ em que } a = -5, b = 0, c = 7$$

$$f(x) = 13x^2, \text{ em que } a = 13, b = 0, c = 0$$

$$f(x) = 2x^2 + \sqrt{3}x + \pi, \text{ em que } a = 2, b = \sqrt{3}, c = \pi$$

Posteriormente, apresentar a definição formal, uma função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se quadrática se existem constantes reais  $a, b$  e  $c$ , com  $a \neq 0$ , tais que  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Em seguida, apresentar a tarefa proposta no Quadro 2, em que os alunos devem identificar os coeficientes e determinar quais são funções do 2º grau.

**Quadro 5.** Atividade.

Das funções abaixo, determine aquelas que são funções quadráticas e os seus coeficientes:

$$f(x) = 2x^2$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(x) = x(x - 1)(x - 2)$$

$$f(x) = 3x(x - 1)$$

Para a retomada da determinação dos zeros da função quadrática, primeiramente, retome a fórmula resolvente de equações quadráticas, conhecida popularmente, como fórmula de Bhaskara, no Quadro 6.

**Quadro 6.** Fórmula de Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1}$$

Feito isso, o professor passará um exemplo e algumas atividades para determinar as raízes das funções quadráticas.

Consequente, explica que o gráfico de uma função quadrática é uma **parábola**. Para a construção do gráfico, o professor retoma a tabela e a confecção no plano cartesiano.

**Resultados Esperados**

Trabalhar com modelagem matemática e funções quadráticas pode levar a uma série de resultados importantes, como a compreensão do conteúdo, pois permite uma compreensão mais profunda de sistemas e fenômenos complexos, uma vez que os modelos capturam nuances e relações não lineares. Além disso, possibilita a capacidade de prever o comportamento futuro de sistemas, com base em modelos matemáticos, tornando-se uma das principais vantagens.

Destaca-se também, a interdisciplinaridade, já que a modelagem matemática com funções quadráticas promove a colaboração entre diferentes disciplinas, resultando em soluções inovadoras para problemas que abrangem várias áreas de conhecimento. Acrescenta-se ainda, que a modelagem matemática impulsiona a inovação em áreas de alta tecnologia, incluindo inteligência artificial, simulação de sistemas complexos e design de componentes eletrônicos.

**Considerações Finais**

O uso da modelagem matemática na educação representa uma abordagem pedagógica poderosa e transformadora. Ao longo deste artigo, exploramos as diversas facetas dessa abordagem e suas implicações para o ensino e aprendizado da matemática.

Em suma, o uso da modelagem matemática na educação é uma abordagem que coloca a matemática em um contexto do mundo real, tornando-a mais significativa e envolvente para os alunos. Ela não apenas fortalece a compreensão matemática, mas também prepara os alunos para enfrentar desafios da vida real e promove o desenvolvimento de habilidades valiosas.

No entanto, o sucesso da modelagem matemática na educação requer esforços contínuos de educadores, pesquisadores e formuladores de políticas para garantir sua implementação eficaz e abrangente. À medida que a educação

evolui, a modelagem matemática permanece uma promissora abordagem pedagógica para preparar os alunos para um mundo cada vez mais orientado pela matemática.

## Agradecimentos

Os autores agradecem os organizadores do XI SECIMSEG pelo espaço de discussão e reflexão voltados ao Ensino e à Educação e aos revisores pelas sugestões e recomendações para o aprimoramento na redação do artigo.

## Referências

- [1] E. S. Da Silva, Euvaldo Soares et al. Uma proposta de ensino à luz da modelagem matemática: a solidariedade durante a Pandemia. *Brazilian Journal of Development*, v. 7, n. 4, p. 39635-39650, 2021.
- [2] M. E. P. Beltrão; IGLIORI, S. B. C. Beltrão. Modelagem matemática e aplicações: uma abordagem para o ensino de funções. *Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, v. 12, n. 1, 2010.
- [3] S. C. Silva; Z. E. De Freitas Madruga; F. Dos Santos Silva. Modelagem Matemática como apoio ao ensino e aprendizagem de função quadrática. *Revista de Educação Matemática*, v. 16, n. 21, p. 101-118, 2019.
- [4] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.
- [5] D. Bavaresco. Experiências com modelagem matemática e equações diferenciais num Curso de Licenciatura em Matemática. In. *Experiências de Modelagem no ensino de Matemática*, Erechim, 2022.
- [6] F. Catelli. *O alvorecer da medida*. Caxias do Sul: EDUCS, 1998.
- [7] R. Bassanezi. Etapas de uma modelagem. In. *Temas e Modelos*. Santo André. Universidade Federal do ABC, 2012.
- [8] M. Biembengut; H. M. Hein. *Modelagem Matemática no ensino*. São Paulo: Editora Contexto, 2009.
- [9] A. J. Ribeiro. Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 26, p. 535-558, 2012.
- [10] S. Costa Silva. *Modelagem Matemática na aprendizagem de Função Quadrática: Possibilidades e Desafios*. Editora Dialética, 2022.
- [11] G. Bachelard. *A chama de uma vela*. Rio de Janeiro: Editora Bertrand Brasil S.A, 1989.
- [12] M. L. Duro; D. Cenci. Linguagem matemática nos anos iniciais: a construção do número segundo Piaget. # Tear: *Revista de Educação, Ciência e Tecnologia*, v. 2, n. 1, 2013.